PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 6 — 15. März 1937. Redaktionsschluß für Nr. 8 am 1. April 1937. — 38. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

P. Debye, Die Untersuchung der freien Elektronen in Metallen mit Hilfe von Röntgenstrahlen. S. 161.

W. Scharwächter, Streuung von Röntgenstrahlen an Leitungselektronen in Beryllium. S. 165.

C. F. v. Weizsäcker, Über Elementumwandlungen im Innern der Sterne. I. S. 176.

O. E. Frivold, O. Hassel und S. Rustad, Brechungsexponent des schweren Ammoniaks und des schweren Chlorwasserstoffs im sichtbaren Gebiet. S. 191.

W. Hackel, Die Temperaturabhängigkeit der Dipolleitfähigkeit von Alkoholen. S. 195.

Besprechungen:

P. M. S. Blackett, Cosmic Rays. S. 199.

Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. Systemnummer 23: Ammonium, Lieferung 2: Verbindungen bis Ammonium-Kalium, Hydrazonium, Hydroxylammonium. Systemnummer 59: Eisen, Teil D. Magnetische und elektrische Eigenschaften der legierten Werkstoffe. Systemnummer 36: Gallium. Systemnummer 37: Indium. S. 199.

G. de Bothezat, Back to Newton. S. 200.

Nachrichten. S. 200.

Gesuche S. 200.

ABHANDLUNGEN.

Die Untersuchung der freien Elektronen in Metallen mit Hilfe von Röntgenstrahlen[1]).

Von P. Debye.

Wenn man sich die Aufgabe stellt, die freien Elektronen in Metallen durch Röntgenstreuung nachzuweisen und wenn möglich zu zählen, so scheint es zunächst naheliegend ihr Fehlen im Atomverband festzustellen. Hat das Atom Elektronen verloren, so ist dadurch seine Streuung (sein Atomformfaktor) geändert und das müßte im veränderten Intensitätsabfall mit zunehmender Ordnung der von den Kriställchen z. B. im Pulververfahren erzeugten Interferenzlinien bemerkbar sein. Praktisch ist aber dieser Effekt im erreichbaren Gebiet außerordentlich klein. Die wesentliche Änderung des Atomformfaktors ist nämlich beschränkt auf einen Winkelbereich, der gänzlich innerhalb des ersten Interferenzringes liegt und damit ist die Unbrauchbarkeit der Methode festgelegt. Die Ursache liegt darin, daß naturgemäß die abgespaltenen Elektronen für das Atom äußere Elektronen sind, deren Dichteverteilung nur in relativ großen Kernabständen merklich ist. Damit geht dann Hand in Hand, daß ihre Streufunktion sehr schnell mit zunehmenden Winkel zu geringen Werten absinkt.

Nun ist in den Interferenzlinien die kohärente Streustrahlung konzentriert, sie stehen aber auf einem Untergrund von inkohärenter Streustrahlung und es tritt die Frage auf, ob nicht durch die Untersuchung des Intensitätsverlaufes des Untergrundes Besseres erreicht werden kann.

Eine Andeutung darüber, wie das gehen könnte, erhält man, wenn die Streuung eines Wasserstoffatoms als einfachstes Modell diskutiert wird. Wir wollen, der einfacheren Ausdrucksweise wegen, die Einheiten, in denen die Intensität gemessen wird, so wählen, daß der kohärent gestreute, in Richtung des Primärstrahls abgehende Sekundärstrahl die Intensität 1 hat. Mit zunehmendem Winkel ϑ zwischen Sekundär- und Primärstrahl nimmt dann die kohärente Strahlungsintensität ab. Gleichzeitig tritt aber inkohärente Strahlung auf und die beiden Intensitäten ergänzen sich beim H-Atom gerade gegenseitig zu 1 (sofern von dem für das Argument ganz unwesentlichen Polarisationsfaktor abgesehen wird). Je steiler also die kohärente Strahlung mit zunehmendem Winkel abfällt, um so steiler steigt die inkohärente Strahlung an. Nun ist aber die Steilheit des Abfalles durch die Größe des Bereiches, über dem die Elektronenladung verteilt ist, bestimmt. Je größer der Bereich, um so steiler der Abfall. Denkt man sich etwa durch irgendwelche Eingriffe von außen die Coulombsche Anziehung des Elektrons durch den Kern vermindert, so würde das H-Atom größer werden und damit seine kohärente Strahlung schon bei kleineren

[1]) Die folgenden Betrachtungen wurden September 1934 geschrieben und als Beitrag zur Mendelejeff-Feier eingesandt; sie werden jetzt veröffentlicht als Einleitung zu der nachstehenden experimentellen Arbeit von Scharwächter.

Winkeln verschwinden. Den Grenzfall bildet das vollkommen freie Elektron, das gar keine kohärente, sondern nur noch inkohärente Strahlung liefert, die gleich von Anfang an ($\vartheta = 0$) den Wert 1 hat.

Untersucht man also bei Streuversuchen, bei denen beispielsweise ein Primärstrahl durch eine dünne Metallplatte hindurchgeht, die nähere Winkelumgebung innerhalb des ersten Interferenzringes, so muß man erwarten, hier um so mehr Untergrund zu finden, je mehr Elektronen von den Atomen abgespalten und je „freier" diese sind.

Sind beispielsweise im Aluminiummetall 3 Elektronen pro Atom abgespalten als Leitungselektronen, so wird man erwarten, daß bei $\vartheta = 0$ die Intensität des Untergrundes (im geeigneten Maßsystem) mit dem Werte 3 anfängt und diesen Wert auch für größere Winkel beibehält allerdings unter zwei Voraussetzungen:

a) die Leitungselektronen sind als vollständig frei anzusehen;
b) die Atome erzeugen keine inkohärente Strahlung.

Beide Voraussetzungen sind indessen nicht erfüllt.

Wir diskutieren zunächst die Voraussetzung b.

Bekanntlich erzeugt jedes Atom, wie das oben diskutierte H-Atom, inkohärente Strahlung. Sie fängt aber bei $\vartheta = 0$ stets mit der Intensität 0 an und wird dann allmählich stärker nach einem Gesetz, welches wir auf Grund einer Rechnung von Heisenberg praktisch genügend genau beherrschen, für alle Atome. Für genügend große Winkel ϑ und genügend kleine Wellenlänge wird innerhalb des zur Verfügung stehenden Winkelbereiches von 180° ein Grenzwert gleich der Elektronenzahl des Atoms erreicht. Dazu kommt noch ein zweiter Anteil an inkohärenter Strahlung, welcher durch die Wärmebewegung der Atome erzeugt wird. Auch dieser Anteil fängt bei $\vartheta = 0$ mit der Intensität 0 an und steigt nach einem Gesetz, das ebenfalls bekannt ist. Dieser Anteil der inkohärenten Strahlung entsteht auf Kosten der kohärenten, in den Interferenzlinien konzentrierten Strahlung, die bekanntlich mit zunehmender Ordnungszahl um so weniger intensiv wird, je höher die Temperatur ist.

Da die beiden Anteile der inkohärenten Strahlung berechenbar sind, eröffnet sich ein einfacher Weg, um die freien Elektronen zu zählen, selbst ohne absolute Intensitätsmessungen machen zu müssen.

Hat das Atom z Elektronen abgegeben und ist die inkohärente Intensität des Rumpfes $I_z(\vartheta)$, so könnte man theoretisch die Intensitäten des Untergrundes beim Winkel $\vartheta = 0$ und beim Winkel $\vartheta = \vartheta_1$ beobachten. Ihr Verhältnis ist

$$\frac{z + I_z(\vartheta_1)}{z}$$

und da man bei kleinen Winkeln beobachten muß, bei denen $I_z(\vartheta_1)$ noch klein ist im Vergleich zu z, so ist das Verhältnis wesentlich von z abhängig. Praktisch kann man nicht zu $\vartheta = 0$ vordringen, man kann aber zwei Winkel $\vartheta = \vartheta_0$ und $\vartheta = \vartheta_1$ wählen, von denen der erste so klein wie möglich ist.

Nach dieser Überlegung müßten die freien Elektronen, in der geschilderten Art gemessen, einen großen Effekt geben. Wir sind aber dabei von der Annahme a) ausgegangen, wonach die Leitungselektronen als vollkommen frei in die Rechnung eingesetzt werden dürfen. Diese Annahme ist aber bei näherem Zusehen unberechtigt, selbst wenn man das Metallstück in der üblichen Weise als einen Kasten ansieht, in dem sich die Leitungselektronen vollkommen kräftefrei bewegen können. Zu einem solchen Kasten gehören Energiestufen steigender Energie, von denen jede einzelne nach dem Paulischen Prinzip nur 2 Elektronen (wegen des Spins) aufnehmen kann. Eine große Reihe von Stufen ist also (vgl. die Sommerfeldsche auf die Fermistatistik basierte Theorie der Metallelektronen) auch beim absoluten Nullpunkt voll besetzt. Nun gehört zu der Erzeugung inkohärenter Streustrahlung, daß ein Elektron auf einen Zustand höherer Energie gehoben wird. Für die übergroße Mehrzahl der Elektronen bedeutet das die Aufnahme einer endlichen Energie, denn sie können nur auf eine unbesetzte Energiestufe befördert werden.

Andererseits kann nach allgemeinen Impuls- und Energiegesetzen bei kleinen Winkeln zwischen Primär- und Sekundärstrahl nur ein relativ kleiner Teil des Strahlungsquantums in Rückstoßenergie des Elektrons verwandelt werden. Wir müssen demnach erwarten, daß mit abnehmendem Winkel ϑ immer weniger der freien Elektronen inkohärente Strahlung erzeugen können. An Stelle davon, daß die inkohärente Intensität von z freien Elektronen bei $\vartheta = 0$ mit dem Werte z einsetzt, wird dieser Wert erst allmählich erreicht werden. Welcher Winkelbereich in Frage kommt, kann durch folgende Überschlagsrechnung abgeschätzt werden.

Gibt der Primärstrahl mit dem Strahlungsquantum $h\nu$ und dem Impuls $h\nu/c$ einen Sekundärstrahl unter dem kleinen Winkel Θ, so kann in erster Näherung von der Wellenlängenänderung abgesehen und nur darauf geachtet werden,

daß mit diesem Prozeß ein Impuls annähernd senkrecht zum Primärstrahl von der Größe $\frac{h\nu}{c}\Theta$ erzeugt wäre. Das wird beim wirklich freien Elektron dadurch kompensiert, daß es nahezu senkrecht zum Primärstrahl wegfliegt, unter Aufnahme des entgegengesetzt gleichen Impulses

$$\frac{h\nu}{c}\Theta . \tag{1}$$

Zu einem Metallstück vom Volumen V, das N-freie Elektronen enthält, gehört nun ein Phasenvolumen $\frac{N}{2}h^3$, da in jedem Teile vom Phasenvolumen h^3 nur 2 Elektronen Platz haben. Ist andererseits der größte vorkommende Impuls p, so hat das Phasenvolumen den Inhalt $\frac{4\pi}{3}Vp^3$, da der Koordinatenbereich die Größe V hat und der Impulsbereich im Impulsraum eine Kugel ist vom Radius p. Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für das besetzte Phasenvolumen folgt der größte beim absoluten Nullpunkt vorkommende Impuls p zu

$$p = h\left(\frac{3}{8\pi}\frac{N}{V}\right)^{1/3} . \tag{2}$$

Einem Elektron der Energiestufe 0, welches für die Überschlagsrechnung als repräsentativ angesehen werden möge, wird man den durch Gleichung (2) dargestellten Impuls mindestens erteilen müssen, damit es inkohärente Strahlung streuen kann. Wir müssen daher der Größenordnung nach erwarten, daß fortschreitend von größeren zu kleineren Winkeln eine Abnahme der inkohärenten Streuintensität der freien Elektronen merkbar wird bei einem Winkel Θ, der sich aus der Gleichsetzung der Ausdrücke (1) und (2) berechnen läßt. So findet man für diesen Winkel den Wert

$$\Theta = \frac{c}{\nu}\left(\frac{3}{8\pi}\frac{N}{V}\right)^{1/3} . \tag{3}$$

Statt c/ν schreiben wir λ, die Wellenlänge der Strahlung; ferner setzen wir

$$\left(\frac{8\pi}{3}\frac{V}{N}\right)^{1/3} = a . \tag{4}$$

Damit ist a eine Länge, die aus der Elektronendichte folgt, so daß a^3 proportional dem pro Elektron verfügbaren Raum ist. Es wird daher der kritische Winkel gleich

$$\Theta = \frac{\lambda}{a} . \tag{5}$$

Nun berechnet sich beispielsweise für Aluminium mit dem Atomgewicht 27 und der Dichte 2,7 das Atomvolumen zu 10 cm³. Sind pro Atom 3 Leitungselektronen abgespalten, so enthält dieses Volumen $18{,}2 \cdot 10^{23}$ Elektronen. Aus Gleichung (4) folgt unter diesen Voraussetzungen $a = 3{,}6 \cdot 10^{-8}$ cm, d. h. wenn mit Kupferstrahlung ($\lambda = 1{,}54 \cdot 10^{-8}$ cm) beobachtet wird nach Gleichung (5):

$$\Theta = 0{,}43 = 25^\circ .$$

Es wird also durchaus nötig auf die Nullpunktsenergie der Elektronen in ihrem Einfluß auf die inkohärente Streuung zu achten. Der mittlere Elektronenradius des Atoms, welcher für die Winkelverteilung der inkohärenten Strahlung, die von den gebundenen Elektronen kommt, maßgebend ist, ist wesentlich kleiner, als die soeben für die Leitungselektronen berechnete charakteristische Länge a. Es bleibt demnach die Tatsache bestehen, daß die inkohärente Streuintensität der „freien" Elektronen bei wesentlich kleineren Winkeln schon ihren Endwert erreicht haben wird als die sonstige inkohärente Strahlung. Es hat also die Methode der Beobachtung des Untergrundes immer noch gute Aussichten auf Erfolg, so weit die Theorie in Frage kommt.

Die bisherigen Überlegungen ergeben nur eine Abschätzung. Es muß aber statt dessen eine Formel zur Verfügung stehen für die Abhängigkeit der inkohärenten Streuintensität freier Elektronen vom Beobachtungswinkel. Man kann eine solche Formel in folgender Weise ableiten, ohne viel rechnen zu müssen[1]). Zunächst folgt aus Energie- und Impulssatz angewendet auf ein freies Elektron, genauer als im letzten Abschnitt angegeben, daß der Impuls des Rückstoßelektrons den Wert

$$2\frac{h\nu}{c}\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{6}$$

hat, wenn der Winkel des Sekundärstrahles gegen den Primärstrahl ϑ ist. Diese Angabe ist eine Näherung, an die Bedingung geknüpft, daß der Comptoneffekt klein ist und dieses ist wieder eine Folge der im vorliegenden Falle zutreffenden Tatsache, daß $h\nu \ll \mu c^2$ ist. Die Richtigkeit sieht man leicht folgendermaßen ein. Der Energiesatz verlangt, daß

$$h\nu = h\nu' + \frac{p^2}{2\mu}$$

1) Ich habe mich überzeugt, daß eine ausführliche Rechnung, bei welcher die Energiestufen des Kastens zuerst und dann nachher die zu den einzelnen in Frage kommenden Übergängen gehörigen Matrixelemente berechnet und zu einer Intensitätsformel zusammengefaßt werden, zum gleichen Resultat führt. Diese Rechnung zeigt außerdem, daß die kohärente Streuung der freien Elektronen völlig vernachlässigt werden kann.

ist, wenn durch die Streuung die Frequenz ν' aus ν entsteht und p der Impuls des Rückstoßelektrons ist. Setzt man nun hier für p den Näherungswert aus Gleichung (6) ein, so sieht man, daß die Differenz von ankommendem und abgehendem Lichtquantum in relativem Maß nur von der Größenordnung $h\nu/\mu c^2$ ist. Es ist aber, weil die beiden Strahlen einen Winkel ϑ miteinander machen, ein Impuls entstanden, welcher numerisch gleich der dritten Seite eines Dreiecks ist, dessen beide andere Seiten gleich groß, nämlich $h\nu/c$ sind und welche den Winkel ϑ einschließen. Dieser Impuls hat also den in Gleichung (6) angegebenen Wert und muß vom Elektron aufgenommen werden, damit der Impulssatz erfüllt ist.

Denkt man jetzt an den Impulsraum der Leitungselektronen (N an der Zahl in einem Volumen V), so sind die Spitzen der Impulsvektoren bei $T = 0$ beschränkt auf das Innere einer Kugel vom Radius p mit einem Werte, der sich unter Einführung der Länge a nach Gleichung (4) mit Rücksicht auf Gleichung (2) berechnet zu

$$p = \frac{h}{a}$$

Durch den Streuprozeß, wird an einem dieser Impulse ein vektorieller Zusatz vom Betrage $2\frac{h\nu}{c}\sin\frac{\vartheta}{2}$ nach Gleichung (6) hinzugesetzt werden können von einer durch Primär- und Sekundärstrahl nach dem obigen fest vorgeschriebenen Richtung. Endigt nun die Resultante dieser beiden Vektoren innerhalb der Impulskugel, so heißt das, daß der Prozeß nicht stattfindet, denn der Zustand, in dem das Elektron dadurch eintreten würde, ist schon besetzt. Erst wenn die Spitze jenes Summenvektors außerhalb der Kugel fällt, ist der Prozeß möglich und dann streut das Elektron so viel, wie ein völlig freies Teilchen. Zeichnet man also eine zweite Kugel, die gegen die erste um die Strecke $-2\frac{h\nu}{c}\sin\frac{\vartheta}{2}$ verschoben ist, dann bleibt ein Teil der ersten Kugel von der zweiten unbedeckt. Alle Elektronen, die zum unbedeckten Teil gehören, werden strahlen, die anderen nicht. Nun berechnet man leicht, daß bei zwei Kugeln vom Radius p, die gegeneinander um eine Strecke x verschoben sind, der unbedeckte Teil der einen Kugel das Volumen

$$\frac{4\pi}{3}p^3\left[\frac{3}{2}\frac{x}{2p} - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2p}\right)^3\right]$$

hat. Die eckige Klammer stellt das Verhältnis dar jenes unbedeckten Raumes zum gesamten Inhalt der Kugel. Das ist also gleichzeitig das Verhältnis der Zahl der Elektronen, die streuen können, zur Gesamtzahl. Haben wir also Z freie Elektronen im Metall, so erzeugen diese unter dem Winkel ϑ doch nur so viel Strahlung wie

$$Z\left[\frac{3}{2}\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^3\right] = Z_{\text{eff.}} \quad (7)$$

wirklich freie Elektronen, wie sofort folgt, wenn man nach dem obigen $x = 2\frac{h\nu}{c}\sin\frac{\vartheta}{2}$ und $p = \frac{h}{a}$ setzt.

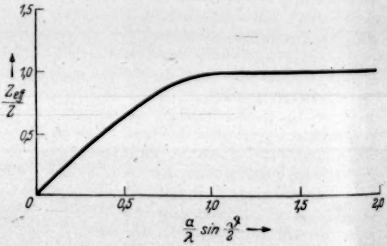
Für $\vartheta = 0$ verschwindet also auch die inkohärente Strahlung der „freien" Leitungselektronen. Sie steigt dann nach Gleichung (7) mit zunehmendem Winkel proportional der effektiven Elektronenzahl $Z_{\text{eff.}}$ an. Der Wert $Z_{\text{eff.}}$ erreicht den Maximalwert Z bei einem Winkel $\vartheta = \vartheta_0$, der durch die Beziehung

$$\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta_0}{2} = 1 \quad (7')$$

definiert ist. Von diesem Winkel an sind dann alle Leitungselektronen effektiv geworden. Mit $a = 3{,}6 \cdot 10^{-8}$ cm, wie wir es für Aluminium ausrechneten, falls pro Atom 3 Leitungselektronen abgespalten sind, und mit $\lambda = 1{,}54 \cdot 10^{-8}$ cm, folgt aus Gleichung (7') der Wert $\vartheta_0 = 50°$. Der Verlauf von $Z_{\text{eff.}}/Z$ als Funktion von

$$\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

ist in der Figur dargestellt. Die Kurve geht bei



$\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2} = 1$ nur mit ihrem ersten Differentialquotienten stetig in die horizontale Gerade über. Im übrigen muß bemerkt werden, daß die Rechnung genau nur für den absoluten Nullpunkt gilt. Mit steigender Temperatur gehen immer mehr Elektronen mit ihren Impulsen über die Impulskugel mit dem Radius $p = h/a$ hinaus.

Bekanntlich ist aber bei gewöhnlicher Temperatur bei den meisten Metallen dieser Effekt noch wenig merklich. Es soll daher über den dadurch bedingten Temperatureinfluß auf die inkohärente Strahlung hier nichts weiter gesagt werden, obwohl die experimentelle Verfolgung interessant wäre und direkt Aufschluß über die Fermische Geschwindigkeitsverteilung liefern würde. Außerdem muß schließlich hinzugefügt werden, daß die Kurve in ihrem genauen Verlauf eine Art Abbild des Zustandes der Leitungselektronen ist. Hier ist sie berechnet für den Fall, daß die Leitungselektronen sich völlig kräftefrei im ganzen Metallinnern bewegen können. Mit jeder Verfeinerung über das innere Kraftfeld, in dem sich die Elektronen bewegen, ist natürlich eine Änderung der Kurve verknüpft. Man wird daher vielleicht in Zukunft daran denken können, aus der Intensitätsverteilung Rückschlüsse auf die feineren Einzelheiten der Elektronenzustände im Metall zu ziehen. So wäre es denkbar, daß Streuversuche neues, möglicherweise wesentliches Material liefern könnten zum Verständnis des Zustandes der Supraleitfähigkeit.

Berlin-Dahlem, Kaiser Wilhelm-Institut für Physik.

(Eingegangen 4. Februar 1937.)

Streuung von Röntgenstrahlen an Leitungselektronen in Beryllium.

Von Werner Scharwächter.

Inhaltsverzeichnis.

I. Einleitung. II. Theorie. III. Versuchsanordnung. IV. Auswertung der Aufnahmen. V. Korrektionen. VI. Streuaufnahmen an Beryllium von verschiedenem Reinheitsgrade. VII. Streuaufnahmen an reinstem Beryllium. VIII. Diskussion.

I. Einleitung.

Die Jahre um die Jahrhundertwende und bis in die jüngste Zeit hinein zeigen das merkwürdige Bild, daß die Metallkunde, angetrieben durch die überragende Bedeutung, welche die Metalle auf allen Gebieten der Technik erhalten, auf empirischem Wege zu einer Fülle von Einzelkenntnissen über den Aufbau und das physikalische Verhalten der verschiedenen Metalle, ihrer Modifikationen und ihrer Legierungen vordringt, während die Deutung dieses Beobachtungsmaterials durch eine einheitliche Theorie auf fast unlösbare Schwierigkeiten stößt (1). Zwar zeigen die Erfolge der Theorien von Riecke und insbesondere Drude, daß man sich auf dem richtigen Wege befindet, aber erst 1928 gelingt Pauli, Sommerfeld und seinen Mitarbeitern die grundsätzliche Lösung dieses Problems. Ausgehend von der schon den früheren Theorien zugrundeliegenden Vermutung, daß der metallische Zustand durch frei im Kristallgitter bewegliche Elektronen charakterisiert sei, zeigen sie, daß die Widersprüche, die sich aus dieser Annahme bisher ergaben, im allgemeinen verschwinden, wenn man auf das im Metall eingeschlossene Elektronengas die Gesetze der Fermistatistik anwendet, und kommen so zu einer in erster Näherung befriedigenden Theorie des metallischen Zustandes und zu einer weitgehenden Deutung fast aller seiner Erscheinungen. Der Zustand des Elektronengases ist infolge seiner starken Entartung selbst bei Zimmertemperatur allein durch seine Dichte bestimmt, die ihrerseits – bei vorgegebenem spezifischem Gewicht und Atomgewicht – nur von der Anzahl der Elektronen abhängt, die beim Übergang vom gasförmigen zum festen Zustande aus dem Atomverband des einzelnen Atomes ausscheiden. Damit ergibt sich sofort die grundlegende Bedeutung dieser für die verschiedenen Metalle charakteristischen Konstanten.

An Versuchen zu ihrer Bestimmung hat es nicht gefehlt (2), und es ist als ein bedeutender Erfolg der neuen Theorie anzusehen, daß die auf den verschiedensten Wegen für dasselbe Metall erhaltenen Werte zu derselben Größenordnung führten, wenngleich eine genauere Übereinstimmung nicht erzielt werden konnte. Da aber zu der Ableitung der Konstanten aus den Beobachtungsergebnissen meist weitere zusätzliche Annahmen gemacht werden müssen, ist mit einer vollkommenen Übereinstimmung gar nicht zu rechnen. Hingegen würden wir, wenn man die Anzahl der Leitungselektronen schon wüßte, auf diesem Wege zu einer Nachprüfung der für die verschiedenen Zweige der Metallphysik wichtigen Zusatzhypothesen kommen.

Das Problem ändert sich auch nicht wesentlich, wenn wir mit Bloch das Bild der „freien" Elektronen fallen lassen und die metallischen Eigenschaften aus den Änderungen zu erklären suchen, die die Eigenfunktionen der Elektronen durch das periodische Potentialfeld des Kristallgitters gegenüber dem Gaszustande erfahren. Auch hier wird man versuchen, auf direktem Wege etwas über die – entsprechend den geänderten Eigenfunktionen – veränderte Ladungsverteilung, d. h. über die Zustände der Atome und Elektronen im Metall zu erfahren.

Um so bedauerlicher war es, daß die Methode, die uns in den letzten Jahren eine Fülle von Erkenntnissen über die inneratomare Ladungsverteilung brachte, hier scheinbar versagen mußte. Zwar liefert uns die Streuung von Röntgenstrahlen den Atomformfaktor der

betreffenden Substanz und gibt uns damit Einblick in die Ladungsverteilung im Atom, auch muß die Abspaltung der Leitungselektronen aus dem einzelnen Atom eine deutliche Änderung des Atomformfaktors bewirken, da es sich aber bei den abgespaltenen Elektronen naturgemäß um kernferne Teile der Ladungswolke des Atoms handeln muß, so liegt die wesentliche Änderung des Atomformfaktors bei kleinen Streuwinkeln, bei so kleinen Streuwinkeln, daß sie praktisch vollkommen innerhalb des ersten Interferenzringes liegt und sich bei der Betrachtung der kohärenten Streuung dadurch prinzipiell der Beobachtung entzieht.

Anders liegen die Verhältnisse bei Berücksichtigung des inkohärenten Anteiles der Streustrahlung, der den kontinuierlichen Untergrund bildet, auf dem die Interferenzlinien der kohärenten Streustrahlung stehen. Bis zu kleinen Winkeln verfolgbar und in ihrer Intensitätsverteilung über die Streuwinkel – ebenso wie die kohärente – im wesentlichen abhängig von der Ladungsverteilung in den Atomen der Streusubstanz ist die inkohärente Streustrahlung das geeignete Mittel für eine direkte Untersuchung des Zustandes der Leitungselektronen in Metallen. Hierauf hat P. Debye (3) als erster hingewiesen.

In der vorliegenden Arbeit wird nun über Streuversuche berichtet, die in Verfolgung des obigen Gedankens an Beryllium durchgeführt wurden.

II. Theorie.

Wir wollen uns zunächst die Frage vorlegen: Wie kommt man von der gemessenen Winkelabhängigkeit der inkohärenten Streustrahlung zu Aussagen über die Elektronenzustände in dem untersuchten Körper? Der ideale Weg, aus den Meßergebnissen rückwärts die gegenüber dem Gaszustande veränderte Ladungsverteilung in den Atomen zu errechnen, ist nicht gangbar. Es bleibt uns aber ein Weg offen, wie er bei der Erforschung des geometrischen Aufbaues der Atome und Moleküle mit Hilfe von Röntgenstrahlen mit Erfolg beschritten wurde. Von verschiedenen Annahmen über die Elektronenzustände ausgehend errechnen wir die zu erwartende Intensitätsverteilung der inkohärenten Streustrahlung, um dann durch Vergleich mit den Beobachtungsergebnissen festzustellen, unter welchen Annahmen die beste Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielt werden kann.

Zur Berechnung der inkohärenten Streustrahlung müssen wir uns auf einen Satz stützen, den Wentzel (5) für das Wasserstoffatom bewiesen hat. Nach ihm ist in diesem Falle die Summe des kohärenten und des inkohärenten Anteiles der Streustrahlung gleich der nach Thomson klassisch berechneten eines einzelnen freien Elektrons. Diese ist, abgesehen von dem Polarisationsfaktor P, über alle Streuwinkel konstant und im geeigneten Maßsystem gleich 1. Wir erhalten damit:

$$I_{\text{ink}} = I_e\left(1 - \frac{I_{\text{koh}}}{I_e}\right) = P(1 - f^2). \qquad (1)$$

f ist dabei der Atomformfaktor, dessen Zusammenhang mit der Wellenfunktion ψ des Elektrons bzw. der Ladungsdichte $|\psi|^2$ bekanntlich gegeben ist durch:

$$f = \int_0^\infty 4\pi r^2 |\psi|^2 \frac{\sin x}{x}\, dr$$

mit

$$x = 4\pi r \frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}. \qquad (2)$$

Den Faktor P werden wir an die Beobachtungsergebnisse als Korrektion anbringen. Wir werden ihn deshalb bei unseren theoretischen Betrachtungen nicht mehr berücksichtigen.

Für ein Atom mit mehreren Elektronen besteht nun kein so einfacher Zusammenhang zwischen kohärenter und inkohärenter Streustrahlung. Waller und Hartree (6) haben aber auch für diesen Fall eine Formel angegeben, welche die Gesamtintensität der Streustrahlung getrennt nach kohärentem und inkohärentem Anteil liefert und mit den Beobachtungsergebnissen in guter Übereinstimmung steht (7, 8):

$$\left.\begin{aligned} \frac{I_{\text{tot}}}{I_e} &= \sum_{\text{kohärent}} |f_{nn}|^2 + \sum_{\text{inkohärent}} |1 - f_{nn}^2| - \underbrace{W(f_{nm})}_{\text{Wechselwirkungsglied}} \\ f_{nm} &= \int_0^\infty 4\pi r^2 \psi_n \psi_m \frac{\sin x}{x}\, dr. \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

Diese Formel basiert auf den nach der Hartreeschen Methode des Selfconsistentfield errechneten Eigenfunktionen der einzelnen Elektronen. Verwenden wir diese, so dürfen wir erwarten, den inkohärenten Streuanteil für den betreffenden Körper im Gaszustande zu erhalten.

Um die Streustrahlung im metallischen Zustande zu erhalten, müssen wir die Änderungen berücksichtigen, die die Eigenfunktionen der Elektronen durch das periodische Potentialfeld des Kristallgitters erhalten. Solche Eigenfunktionen sind z. B. von Wigner und Seitz (9) für den (3,0)-Zustand des metallischen Natriums errechnet worden. Legen wir solche gegenüber dem Gaszustand geänderten Eigenfunktionen der Berechnung der inkohärenten Streustrahlung

nach der Waller-Hartreeschen Formel zugrunde, so können wir sie durch den Vergleich der theoretischen mit der experimentellen Streukurve nachprüfen. Liegen keine für den metallischen Zustand gerechneten Eigenfunktionen vor, so müssen wir versuchen, die nach der Hartreeschen Methode bestimmten Eigenfunktionen der Elektronen des ungestörten Atoms so zu verändern, daß ihre Verwendung in der Waller-Hartreeschen Streuformel zu einer Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung führt. Die so geänderten neuen Eigenfunktionen werden dann die Eigenfunktionen der Elektronen im metallischen Zustand darstellen.

Die rechnerische Durchführung dieser Aufgabe gestaltet sich äußerst schwierig. Man kann aber in erster Näherung auf einem wesentlich einfacheren Wege und ohne große Rechenarbeit die theoretisch zu erwartende Intensitätsverteilung der inkohärenten Strahlung bestimmen. Zu diesem Zwecke wenden wir den von Wentzel für das Wasserstoffatom bewiesenen Satz bei Atomen mit mehreren Elektronen auf jedes Elektron einzeln an. Dann ist die Intensität der inkohärenten Streustrahlung gegeben durch:

$$I_{\text{ink}} = \sum_n (1 - f_n^2). \qquad (4)$$

f_n ist der Formfaktor des n-ten Elektrons. Wir müssen uns dabei vor Augen halten, daß wir mit diesem Ansatz die Wechselwirkung der Elektronen untereinander vernachlässigen, die sich – anschaulich ausgedrückt – darin äußert, daß ein Elektron nicht in einen Quantenzustand gelangen kann, der von einem anderen besetzt ist, und ihre mathematische Beschreibung in dem 3. Summanden der Gleichung (3) findet.

Für die Berechnung der inkohärenten Streustrahlung im metallischen Zustande gehen wir von der Tatsache aus, daß in der Metalltheorie die Annahme der Leitungselektronen als „freie" Elektronen in den meisten Fällen eine gute Näherung darstellt. Wir betrachten sie deshalb als aus dem Atomverband völlig ausgeschieden. Der Beitrag des Atomrestes zur Streustrahlung wird nach der obigen Formel (4) errechnet. Der Streuanteil der im Metall ein Fermi-Gas bildenden Leitungselektronen errechnet sich nach einer Formel, die Debye (3) angegeben hat: Z Elektronen eines solchen Elektronengases streuen unter einem Winkel ϑ nur wie

$$Z_{\text{eff}} = Z\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^3\right] \qquad (5)$$

völlig freie Elektronen. Dabei ist $a = \left(\frac{8\pi}{3}\frac{V}{N}\right)^{1/3}$, wenn N die Anzahl der freien Elektronen im Volumen V ist.

Im folgenden soll nun diese Näherungsrechnung für Beryllium als Streusubstanz ausgeführt werden. Dazu sind die f_n-Werte der einzelnen Elektronen aus den Tabellen von James und Brindley (10) durch Interpolation entnommen und damit die Größen $(1 - f_n^2)$ errechnet. Das Ergebnis ist in Fig. 1 dargestellt.

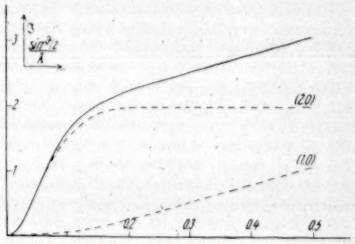


Fig. 1.

Die beiden punktierten Kurven geben den Beitrag der je 2 Elektronen im (1,0)- und (2,0)-Zustand in Abhängigkeit vom Streuwinkel wieder. (Als Abszisse ist die Größe $\frac{\sin\vartheta/2}{\lambda}$ aufgetragen, um eine von der Wellenlänge der Primärstrahlung unabhängige Kurvenform zu erhalten. Die Einheit der Ordinatenachse ist so gewählt, daß ein völlig freies Elektron über alle Streuwinkel mit der Intensität 1 strahlen würde.) Die ausgezogene Linie stellt als Summe der Beiträge der beiden Elektronengruppen die zu erwartende Intensitätsverteilung der durch Comptonstreuung hervorgerufenen inkohärenten Strahlung dar für den Fall, daß man alle Elektronen als an das Berylliumatom gebunden betrachtet.

Für den metallischen Zustand liegt es nahe, die beiden äußeren Elektronen als Leitungselektronen anzusehen in Übereinstmmung mit strukturellen Elektronenzahlenbestimmungen (11). Fig. 2 gibt die in diesem Fall zu erwartende

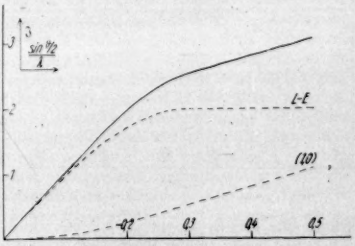


Fig. 2.

Streukurve. Der Anteil der((1,0)-Elektronen ist gegen Fig. 1 unverändert eingesetzt. Der Anteil der 2 Leitungselektronen ist nach der Debyeschen Formel (5) errechnet. Die ausgezogene Linie stellt auch hier die Summe der beiden punktierten und damit die zu erwartende Streuintensität dar.

Diese Kurven sind aber noch nicht mit dem Experiment vergleichbar. Wir haben bis jetzt nur den Anteil der inkohärenten Streustrahlung betrachtet, der durch Comptonstreuung an den Elektronen entsteht. Ein weiterer Teil wird aber durch die Wärmebewegung der Atome hervorgerufen. Die dadurch bewirkte Verwackelung des Kristallgitters schwächt die Interferenzlinien und erzeugt zugleich einen kontinuierlichen Grund, dessen Intensität nach Debye (12), wenn man noch die Modifikation von Waller (13) berücksichtigt, gegeben ist durch:

$$f^2(1 - e^{2M})$$

mit

$$M = \frac{6h^2}{mk\Theta}\left(\frac{\Phi(x)}{x} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{\sin\vartheta/2}{\lambda}\right)^2, \qquad (6)$$

dabei ist: h = Plancksches Wirkungsquantum; k = Boltzmann-Konstante; Θ = charakteristische Temperatur des betreffenden Stoffes; $x = \Theta/T$; $\Phi(x)$ ist die bei Debye tabellierte Funktion.

f ist der Atomformfaktor des betreffenden Atoms, bei uns also im ersten Falle der für Be, im zweiten, um bei dem Modell der zwei abgespaltenen Elektronen zu bleiben, der für Be^{++}. Da aber für die Streuwinkel, für die der Anteil der durch Wärmebewegung hervorgerufenen kontinuierlichen Streustrahlung merkbar wird, die Formfaktoren der (2,0)-Elektronen fast auf 0 abgesunken sind – der Atomformfaktor für Be und Be^{++} also fast gleich ist –, so

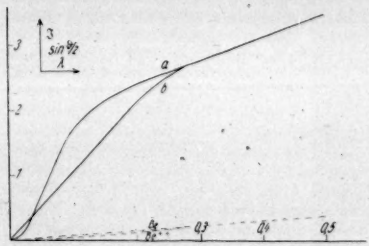


Fig. 3.

bedingt dies keinen wesentlichen Unterschied. In Fig. 3 ist dieser auf der Wärmebewegung der Atome beruhende Streuanteil für Be und Be^{++} eingetragen. Die ausgezogenen Linien stellen die theoretisch zu erwartende kontinuierliche Streustrahlung dar, also sowohl die durch die Wärmebewegung, als auch die durch Comptonstreuung verursachte. Mit diesen Kurven werden wir dann unsere experimentelle Kurve zu vergleichen haben. Kurve a stellt das zu erwartende Resultat dar für Be-Atome mit gebundenen Elektronen, Kurve b dagegen für Be^{++}-Atome zusammen mit den freien Leitungselektronen. Wie man sieht, ist ein deutlicher Unterschied des Anstieges zu beobachten, der im Experiment zum Ausdruck kommen müßte.

III. Versuchsanordnung.

Die Messung der inkohärenten Streustrahlung erfolgte auf photographischem Wege. Als Strahlungsquelle diente ein Glühkathodenrohr in der Bauart von Ott (14). (Nur 2 Aufnahmen mit Kupferstrahlung wurden mit einer abgeschmolzenen Röhre von C. H. F. Müller, Hamburg, die gerade zur Verfügung stand, hergestellt.) Um die Anzahl der Interferenzlinien, die eine Beobachtung des kontinuierlichen Grundes stören, so klein als möglich zu halten, wurde nur mit monochromatischer Strahlung gearbeitet. Als Monochromator fand bei $Cu_{K\alpha}$- und $W_{L\beta}$-Strahlung ein Kalkspatkristall Verwendung, der unter demselben Winkel Strahlung der halben Wellenlänge in geringerem Maße geben soll (15, 16), als ein Steinsalzkristall. Letzterer wurde nur für $Mo_{K\alpha}$-Strahlung verwendet, da er eine bessere Ausbeute an reflektierter Strahlung versprach, und ein Auftreten der zweiten Ordnung wegen der höheren Anregungsspannung nicht befürchtet zu werden brauchte.

Den Aufbau der Streukammer, die von Wendler übernommen wurde (15), zeigt schematisch Fig. 4. Der vom Kristall des Monochromators reflektierte Röntgenstrahl durchläuft den 90 mm langen Blendengang, dessen Querschnitt 0,8 × 5 mm beträgt, und der zur

Fig. 4.

Vermeidung von Sekundärstrahlung am Ende erweitert ist. Dort durchsetzt der Primärstrahl die Streusubstanz und verläßt durch einen

Ausschnitt, mit dem Kammer, Film und Kassette versehen wurden, die Streukammer. So wurde eine Überstrahlung der kleinen Streuwinkel durch den Primärstrahl vermieden. Bei einem Filmradius von 45 mm stand dann nach beiden Seiten ein Meßbereich zwischen den Streuwinkeln $\vartheta = 6°$ und $\vartheta = 45°$ zur Verfügung.

Wegen des langen Weges zwischen Streusubstanz und Film mußte die Streukammer zur Vermeidung von Luftstreuung evakuiert werden. Blendengang und Austrittsöffnung wurden nach außen durch ein mit Pizein aufgekittetes 40 μ starkes Cellophanfenster abgeschlossen und eine Metallplatte als Deckel mit Hilfe eines dazwischengelegten Gummiringes luftdicht auf den Rand der Kammer aufgesetzt. Als Pumpe diente eine Quecksilberdiffusionspumpe. Um sicher zu gehen, daß kein Quecksilberdampf in die Streukammer gelangt, wurde in die Pumpleitung eine Quecksilberfalle gelegt. Mit den Aufnahmen wurde erst begonnen, wenn beim Anlegen von Hochspannung eines Induktoriums an die Pumpleitung nur noch Spuren von Gasentladung auftraten. Während der Dauer einer Aufnahme wurde auf diese Weise das Vakuum unter Kontrolle gehalten. Eine Leeraufnahme (Nr. 6) zeigte, bei einer Belichtungszeit doppelt so lang wie zu den Streuaufnahmen nötig, noch keinerlei Schwärzung des Filmes.

Das als Streusubstanz dienende Beryllium wurde in Stücken verwendet, die etwas größer als der rechteckige Blendenquerschnitt waren und eine Dicke von 1–2 mm hatten. In einen Halter geklemmt, wurden sie auf den Blendengang aufgesteckt, so daß sie sich genau in der Mitte der Streukammer befanden. Über die Reinheit des Metalles und seinen Einfluß auf die Aufnahmen folgen die nötigen Angaben später. Eine Übersicht über die Versuchsdaten gibt die folgende Tabelle I.

Tabelle I.

Nr.	Röhrentyp	Primärstrahlung	Monochromator	Streusubstanz	Reinheit des *Be* in Proz.	Dicke des *Be* in mm	Belichtungsdauer in Std.	mA	kV
1	Ott	*Cu–K*	Nickelfolie	*Be*	98	0,65	1/2	20	35
2	Ott	*Cu–K*	,,	*Luft*	—	—	7	20	35
3	Ott	*Cu–K*	Kalkspatkristall	*Be*	99,5	1,65	3,5	20	35[1]
4	Ott	*Cu–K*	,,	*Be*	99,97	2,05	4	25	35[1]
5	Ott	*Cu–K*	,,	*Be*	98	0,65	3,25	25	35[1]
6	Ott	*Cu–K*	,,	Leeraufnahme	—	—	7	25	35
7	Ott	*W–L*	,,	*Be*	99,97	2,05	37	15	35
8	Ott	*Mo–K*	Steinsalzkristall	*Be*	99,97	2,05	19,5	20	50
9	Ott	*Mo–K*	,,	*Be*	99,97	2,05	21	20	50
10	Ott	*Mo–K*	,,	*Be*	99,97	2,05	18	20	50
11	Müller	*Cu–K*	,,	*Be*	99,97	2,09	4,5	20	35
12	Müller	*Cu–K*	,,	*Be*	99,97	1,91	4,5	20	35

1) In diesen Fällen wurde die Spannung während der Aufnahme mit einem Hochspannungsvoltmeter (Starke-Schröder) kontrolliert.

IV. Auswertung der Aufnahmen.

Die Auswertung der Aufnahmen erfolgte auf einem lichtelektrischen Registrierphotometer von Zeiß mit Hilfe von Schwärzungsmarken. Dazu sei auf zwei Punkte besonders hingewiesen:

Eine der erhaltenen Photometerkurven zeigt Fig. 5. Man erkennt deutlich die Überlagerung des kontinuierlichen Grundes mit den Interferenzlinien kohärenter Strahlung. Um diese auszuschalten, mußte an diesen Stellen der kontinuierliche Grund ergänzt werden, wie es in Fig. 5 durch die punktierte Linie angedeutet ist. Diese Linie gilt als die eigentliche Streukurve, die dann auf dem üblichen von Bewilogua (17) beschriebenen Wege ausgewertet wurde.

Wichtig ist ferner, daß infolge des Ausschnittes im Film der Primärstrahl nicht mit aufgenommen wird und dadurch eine Markierung für den Streuwinkel $\vartheta = 0$ fehlt. Er wurde deswegen zunächst so bestimmt, daß er — wegen der notwendigen Symmetrie der beiden Aufnahmehälften — genau in der Mitte zwischen zwei zu demselben Interferenzkegel gehörenden Linien angenommen wurde. Da die Linien aber oft nicht so scharf sind wie in Fig. 5, sondern breiter und zumeist ungleich waren — vgl. die beiden äußersten Linien in Fig. 5 —, so ließ er sich genauer ermitteln, wenn er so gelegt wurde, daß der Anstieg des kontinuierlichen Grundes auf beiden Seiten möglichst symmetrisch erfolgte, wie dies in Fig. 5 angedeutet ist. Diese

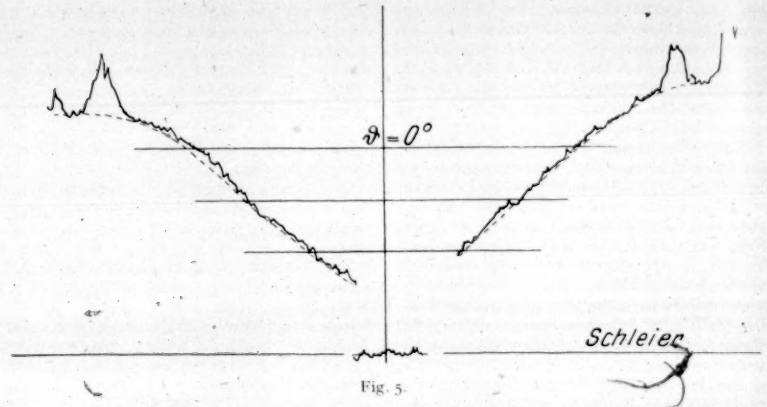


Fig. 5.

Methode ist wegen der Steilheit des Anstieges wesentlich empfindlicher und bringt die symmetrische Anordnung der Linien mit sich. Auf diese Weise wurde deshalb im Verlauf der Untersuchung immer verfahren.

V. Korrektionen.

An die aus der Schwärzung des Filmes mit Hilfe von Schwärzungsmarken bestimmte Intensitätsverteilung der Streustrahlung sind vor dem Vergleich mit der theoretischen Streukurve noch drei Korrektionen anzubringen.

1. Korrektion auf Polarisation.

Bei der Ableitung der theoretischen Streukurve hatten wir zunächst den Polarisationsfaktor vernachlässigt und darauf hingewiesen, daß er als Korrektion an die Beobachtungsergebnisse angebracht werden solle. Da die Monochromatisierung der Röntgenstrahlen durch Kristallreflexion erfolgte, nimmt der Polarisationsfaktor die Form

$$\frac{1 + \cos^2(2\varphi)\cos^2\vartheta}{1 + \cos^2(2\varphi)}$$

an. φ ist der Glanzwinkel des Kristalles, ϑ der Streuwinkel.

Von den drei Korrektionen ist diese bei weitem die größte. Sie beträgt unter den größten beobachteten Winkeln etwa 30 Proz. und ändert sich nur wenig mit der Wellenlänge der Primärstrahlung.

2. Korrektion auf Absorption.

Die verschieden langen Wege im Streukörper für die verschiedenen Streuwinkel und die damit zusammenhängende verschiedene Größe der Absorption unter den verschiedenen Winkeln bedingen eine weitere Korrektion. Bei einer senkrecht durchstrahlten Platte (17) — dieser Fall liegt hier vor — ist die gestreute Intensität I gegenüber der eingestrahlten Intensität I_0 gegeben durch

$$I = \frac{I_0 \cdot F \cdot \sigma}{\mu} \left| \frac{\cos\vartheta}{1 - \cos\vartheta} \left[e^{-\mu d} - e^{-\frac{\mu d}{\cos\vartheta}} \right] \right|,$$

F = bestrahlte Fläche
d = Dicke
σ = Streukoeffizient
μ = Absorptionskoeffizient
} des Streukörpers.

Da wir keine absolute Messung durchführen, interessiert uns nur der in der geschweiften Klammer stehende, von ϑ abhängige Ausdruck, durch den wir also unsere beobachteten Werte dividieren müssen.

Für $Cu_{K\alpha}$- und $W_{L\beta}$-Strahlen beträgt in unserem Fall die Korrektion maximal etwa 5 Proz., gegen die 2 Proz. für $Mo_{K\alpha}$-Strahlung. Der Absorptionskoeffizient wurde durch Messung bestimmt. Seine Abhängigkeit vom Streuwinkel infolge der Wellenlängenänderung der Streustrahlung durch den Comptoneffekt kann vollkommen vernachlässigt werden, da dies eine Änderung der Korrektion selbst um nur wenige Prozent bedeuten würde.

3. Relativitätskorrektion.

Bei der Berechnung der theoretischen Kurve haben wir auf Relativitätseffekte keinerlei Rücksicht genommen. Um dies nachträglich zu tun,

haben wir unsere beobachteten Werte nach Dirac (18) mit dem Faktor

$$[1 + \alpha(1 - \cos\vartheta)]^3 \approx 1 + 3\alpha(1 - \cos\vartheta)$$

zu multiplizieren. Dabei ist $\alpha = \frac{h}{cm\lambda}$.

Der Maximalwert dieser Korrektion ist in unserem Falle 2 Proz. für $Mo_{K\alpha}$-Strahlen und 1 Proz. für die beiden anderen Primärstrahlungen.

Nach Anbringung dieser drei Korrektionen sind die experimentellen Werte zum Vergleich mit der theoretischen Streukurve fertig, vorausgesetzt, daß die kohärente Streustrahlung wirklich nur in den Interferenzlinien auftritt und der Untergrund aus reiner inkohärenter Streustrahlung besteht. In diesem Zusammenhang sind Versuche von Wichtigkeit, die von Wendler im Leipziger Institut durchgeführt wurden, und auf die zunächst näher eingegangen werden muß.

VI. Streuaufnahmen an Beryllium von verschiedenem Reinheitsgrade.

Wendler (15) hat die inkohärente Streuung an Beryllium, Aluminium und Quarz untersucht, kam aber, während er für den Isolator die theoretisch erwartete Intensitätsverteilung bestätigen konnte, für die beiden Metalle zu einer wesentlichen, theoretisch unverständlichen Unstimmigkeit zwischen Theorie und Experiment. Für beide Metalle wiesen die beobachteten Streukurven — für $\vartheta = 0$ extrapoliert — gegen einen endlichen Wert, an Stelle des von der Theorie geforderten Abfalles gegen 0. Wendler selbst wies schon darauf hin, daß eine Fälschung seiner Beobachtungsergebnisse dadurch hervorgerufen sein könnte, daß die beobachtete kontinuierliche Streustrahlung nicht allein aus inkohärenter bestand, sondern dieser kohärente überlagert sei. Für deren Ursprung gab es, wie eine genauere Betrachtung der Versuchsbedingungen später zeigte, eine für die beiden Metalle verschiedene Erklärung. Das Berylliumstück, das von Wendler zur Durchführung der Versuche benutzt wurde, wies eine 2prozentige Verunreinigung auf, die zum größten Teil von Eisen herrührte. Obwohl, wie Wendler gezeigt hat, die durch die primäre Kupferstrahlung angeregte Eisenstrahlung des Eisens keine Schwärzung des Films bewirken konnte, sondern bestimmt im Papier der Kassette absorbiert wurde, wird durch diese Verunreinigungen eine kontinuierliche kohärente Streustrahlung erzeugt, wie es aus den Untersuchungen an Mischkristallen bekannt ist (19) und wie man auch leicht einsieht. Die regellos im Kristallgitter des *Be* eingebauten *Fe*-Atome kann man in erster Näherung als ein in das *Be* eingeschlossenes *Fe*-Gas auffassen, dessen kohärente Streustrahlung, eben wie bei einem Gas, kontinuierlich über die Streuwinkel verteilt ist. Da die Intensität der kohärenten Strahlung bekanntlich bei kleinen Streuwinkeln besonders groß ist und dort von der Kernladungszahl Z quadratisch abhängt, mußte sich gerade bei *Be* ($Z^2 = 16$) bei einer Verunreinigung durch Elemente selbst mittlerer Ordnungszahl (z. B. *Fe* mit $Z^2 = 676$) in dem beobachteten Bereich kleiner Streuwinkel ein besonders starker Effekt ergeben.

Beim Aluminium (mit $Z^2 = 169$), das zudem in weitaus größerer Reinheit zur Verfügung stand, konnten die Verunreinigungen nicht für den kohärenten Anteil verantwortlich gemacht werden. Da es aber in Form einer durch Walzen hergestellten Folie von 50 μ Dicke verwendet wurde, liegt es nahe, Gitterstörungen, die durch den Walzprozeß hervorgerufen sind, als Ursache anzunehmen. Solche Deformationen des Gitters führen, wie Hengstenberg (20) experimentell zeigte, zu einer Verminderung der Intensität der Interferenzlinien, ohne ihre Schärfe zu verändern, da der Beitrag dieser deformierten Bereiche auf einen großen Winkelbereich verteilt wird, also zum Schleier beiträgt (21).

Mit diesen Überlegungen schien eine Erklärung für die von Wendler beobachtete Abweichung von der Theorie gefunden zu sein. Trotzdem war es überraschend, in welch weitgehendem Maße die Messung des inkohärenten Grundes durch eine solche diffuse kohärente Strahlung verfälscht werden kann. Dies zeigten Vorversuche, die unternommen wurden, um festzustellen, inwieweit in der Tat die von Wendler gegenüber dem theoretischen Intensitätsverlauf gefundenen Abweichungen auf den eben dargelegten Gründen beruhen.

Es wurde zunächst mit dem von Wendler benutzten Beryllium eine Aufnahme gemacht (Nr. 1), die volle Übereinstimmung mit den Wendlerschen Ergebnissen zeigte. Die Intensität dieser an *Be* erhaltenen Streukurve wurde daraufhin verglichen mit der unter 90° durch Streuung an Luft erhaltenen Nr. 2. Zu diesem Zwecke war an Stelle des Präparathalters auf dem Blendengang der Streukammer ein Zusatzapparat aufgesteckt worden, dessen Einrichtung aus Fig. 6 hervorgeht. Eine Überschlagsrechnung zeigte, daß unter den vorliegenden Umständen bei der Streuung an Luft in 7 Stunden dieselbe Schwärzung auftreten müßte, wie in 17 Minuten unter 15° an reinem *Be*. Das Ergebnis der experimentellen Durchführung war überraschend. Die der in 20 Minuten an *Be* erhaltenen Schwärzung entsprechende Intensität ergab sich als etwa das

12fache der in 7 Stunden an Luft erhaltenen. Die durch die Verunreinigungen hervorgerufene diffuse kohärente Streustrahlung übertraf also die vom *Be* selbst herrührende inkohärente um eine volle Größenordnung.

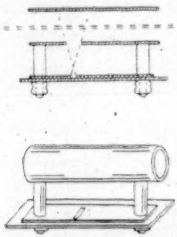


Fig. 6.

Von der Deutschen Gold- und Silberscheideanstalt in Frankfurt a. M. (Degussa), an die wir uns daraufhin zur Erlangung reinen Materials wandten, wurde uns *Be* in einem Reinheitsgrad von 99,5 Proz. zur Verfügung gestellt. Die mit dieser Probe erhaltene Aufnahme zeigte schon eine wesentliche Annäherung an den von der Theorie geforderten Abfall gegen kleine Streuwinkel. Herr Dr. Kroll in Luxemburg war so freundlich, auf unsere Bitte hin *Be*, das uns ebenfalls von der Degussa zur Verfügung gestellt wurde, umzuschmelzen und zu destillieren und dadurch, wie die von ihm durchgeführte Spektralanalyse ergab, auf einen Reinheitsgrad von etwa 99,97 Proz. zu bringen. Aus dem uns zugesandten Regulus, der wohl das reinste *Be* darstellt, das bisher erhalten werden konnte, stellten wir durch Schleifen die Plättchen in der gewünschten Form her, da auch in diesem reinen Zustande das *Be* sich als überaus hart und spröde erwies.

In Fig. 7 ist das Ergebnis von drei Streuaufnahmen (Nr. 3, 4, 5), die an den verschiedenen *Be*-Proben erhalten wurden, im gleichen Maßstabe dargestellt, nachdem die beobachteten Intensitäten auf gleiche Versuchsbedingungen umgerechnet wurden. Von den drei Korrektionen wurde nur die Polarisationskorrektur angebracht, da die beiden anderen zusammen nur wenige Prozent ausmachen, die Umrechnung auf gleiche Versuchsbedingungen aber nicht exakt möglich ist infolge von Schwankungen der Netzspannung und die dadurch bedingte Änderung der Röhrenspannung und des Röhrenstromes und damit der Intensität der Primärstrahlung. Besondere Vorsichtsmaßregeln, um dies zu vermeiden, wurden aber für diese orientierenden Versuche nicht angewandt, zeigt doch auch ohne den Anspruch auf exakte Gültigkeit die Gegenüberstellung der Streuresultate der verschiedenen Proben in Fig. 7 eindringlich den wesentlichen Einfluß der Verunreinigungen, zugleich aber auch, daß der Reinheitsgrad des Destillates ausreichend sein mußte, die beabsichtigte Untersuchung der inkohärenten Streustrahlung durchführen zu können.

Es sei an dieser Stelle kurz darauf hingewiesen, daß mit dem reinsten *Be* Versuche unternommen wurden, um den Einfluß der Walzbearbeitung festzustellen. Leider führten sie zu keinem eindeutigen Ergebnis. Herr Dr. Kroll hatte uns freundlicherweise einen Teil des destillierten *Be* „unter Verwendung eines Salzbades von $Ca\,Cl_2$ und $Ba\,Cl_2$ bei etwa 800° von im Mittel 6 mm auf 2,15 mm heruntergewalzt. Das Stück wurde hierauf geteilt. Die eine Hälfte wurde bei 800° ausgeglüht, die andere wurde auf 1,87 mm heruntergewalzt." Beide Stücke wurden von uns durch allseitiges vorsichtiges Schleifen unter Kühlung durch Wasser auf die gewünschte Größe gebracht. Beide Stücke ergeben bis auf geringe Abweichungen dieselbe Streukurve (Nr. 11, 12) mit einem zu schwachen Abfall gegen kleine Streuwinkel, ähnlich der Probe 2 in Fig. 7. Dies allein auf die Bearbeitung zurückzuführen, erscheint nicht statthaft, da es nicht einzusehen ist, weshalb in diesem Falle das kalt bearbeitete Stück nicht einen größeren Effekt zeigt als das andere. Als Erklärung bleibt dann nur eine Verunreinigung durch anhaftende Salzreste übrig. Dies ist, obgleich die Stücke mit destilliertem Wasser ausgewaschen wurden, um so leichter möglich, als die Stücke durch die Bearbeitung rissig geworden sind. Von einer weiteren Untersuchung dieses Falles wurde aber zunächst abgesehen.

VII. Streuaufnahmen an reinstem Beryllium.

Zur Bestimmung des Intensitätsverlaufes der inkohärenten Strahlung wurden mit der reinsten *Be*-Probe 5 Streuaufnahmen hergestellt, davon je eine mit $Cu_{K\alpha}$- (Nr. 4) bzw. $W_{L\beta}$- (Nr. 7) Strahlung, die 3 anderen mit $Mo_{K\alpha}$-Strahlung (Nr. 8, 9, 10). Jede der Aufnahmen bestand aus zwei gleichberechtigten Hälften, sodaß also nach der photometrischen Auswertung insgesamt 10 Streukurven zur Verfügung standen. Diese konnten im allgemeinen zwischen den Streuwinkeln $\vartheta = 6° 40'$ und $\vartheta = 40°$ ausgewertet werden. Aus ihnen wurden alle 3° 20′ die Meßwerte entnommen — also 3 auf einen Winkelbereich von 10° —, an welche noch die obenerwähnten 3 Korrektionen angebracht wurden. Die auf diese Weise in willkürlichen Einheiten erhaltenen Werte müssen noch zueinander in Beziehung gebracht werden. Dies geschah für die

mit $Mo_{K\alpha}$-Strahlung erhaltenen Aufnahmen durch Gleichsetzung der für $\vartheta = 40°$ erhaltenen Werte, da hier die unentzerrte Photometerkurve über einen größeren Bereich fast waagerecht verläuft und dadurch besonders sicher bestimmt werden kann, selbst wenn Interferenzlinien auftreten, der kontinuierliche Grund, wie oben dargelegt, also ergänzt werden muß. Die Gleichsetzung der mit $Cu_{K\alpha}$- bzw. $W_{L\beta}$-Strahlung erhaltenen Aufnahmen mit der aus den $Mo_{K\alpha}$-Aufnahmen folgenden Streukurve erfolgte für die Meßwerte bei $\vartheta = 30°$ bzw. $\vartheta = 26° 40'$. Maßgebend für die Wahl dieser Winkel war, daß bei diesen Streuwinkeln die Schwärzung schon möglichst groß war, wodurch Kornschwankungen, ungleicher Schleier und ähnliche Fehlerquellen weniger wirksam werden. Die bei $\vartheta = 40°$ liegenden, noch um ein geringes höheren Werte konnten nicht gewählt werden, da hier Interferenzlinien auftreten und die Bestimmung des kontinuierlichen Grundes dadurch mit einer größeren Unsicherheit behaftet ist (siehe Fig. 5). Da die beiden Hälften einer Aufnahme unter völlig gleichen Bedingungen aufgenommen werden, so fand für sie jeweils derselbe Gleichsetzungsfaktor Verwendung. Hierdurch erklärt sich, daß auch in den Punkten, in denen die Gleichsetzung erfolgte, die Meßwerte nicht identisch zusammenfallen, sondern innerhalb der Meßgenauigkeit streuen. In Fig. 8 sind die erhaltenen Meßpunkte eingetragen, sowie die durch sie gelegte Kurve. Daß diese für $\vartheta = 0$ extrapoliert nicht genau durch den Nullpunkt geht, darf man wohl den letzten Resten von Verunreinigung zuschreiben. Da die von diesen herrührende Streustrahlung, wie Fig. 7 zeigt, über unseren ganzen Meßbereich in erster Näherung konstant zu sein scheint, wurde vor dem

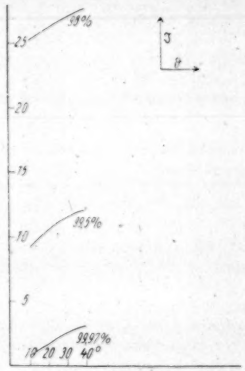


Fig. 7.

Vergleich zwischen Theorie und Experiment diesen letzten Verunreinigungsresten durch Abzug eines konstanten Untergrundes Rechnung getragen.

VIII. Diskussion.

Die in Fig. 8 in willkürlichen Einheiten dargestellte experimentelle Streukurve muß, will man sie mit den in Fig. 3 dargestellten theoretischen Kurven vergleichen, mit diesen in einem

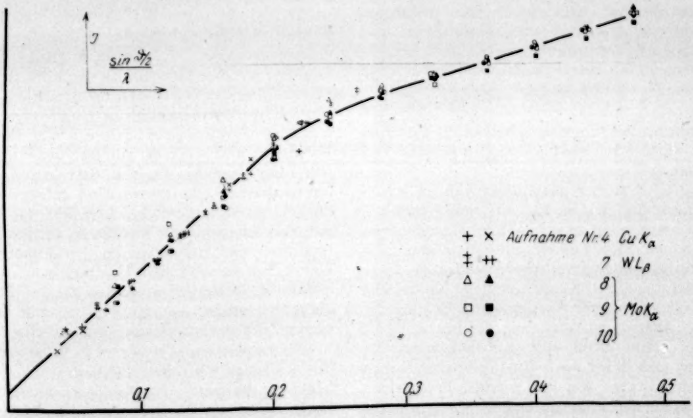


Fig. 8.

beliebigen Punkte gleichgesetzt werden. Unterscheiden sich zwei Kurven, die gleichgesetzt werden sollen, nicht nur durch einen Proportionalitätsfaktor, so liegt immer ein willkürliches Element darin, in welchem Punkte die Gleichsetzung erfolgt. Um den Vergleich mit den theoretischen Kurven durchführen zu können, liegt es natürlich nahe, die Gleichsetzung in einem Punkte vorzunehmen, in dem die beiden theoretischen Kurven zusammenfallen, also für $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda} > 0{,}30$. Führen wir dies aus, so sehen wir, daß die experimentelle Kurve mit keiner der beiden theoretischen über einen größeren Bereich zur völligen Deckung gebracht werden kann (Fig. 9).

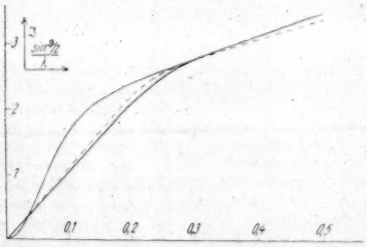


Fig. 9.

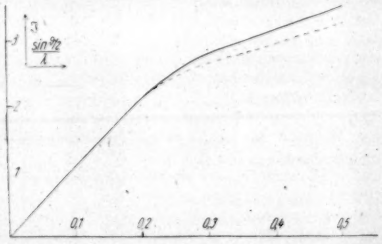


Fig. 10.

Vergleichen wir dem Augenschein nach die experimentelle Streukurve mit den beiden theoretischen, so fällt es sofort auf, daß sie ihrem ganzen Verlauf nach wesentlich mehr mit Kurve *b* in der Fig. 3 übereinstimmt als mit Kurve *a*. Wir verfahren nun so, daß wir die experimentelle Kurve mit der Kurve *b* bei $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda} = 0{,}15$ gleichsetzen. Das ist in Fig. 10 geschehen. Wir werden sehen, daß wir diese willkürliche Annahme nachträglich rechtfertigen können.

Zunächst zeigt Fig. 10, daß wir durch unsere Gleichsetzung in der Tat eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen den beiden Kurven bei kleinen Streuwinkeln erzielen können. Bei großen Streuwinkeln tritt eine charakteristische Abweichung auf. Die experimentelle Kurve zeigt dort einen geringeren Anstieg als die theoretische. Dieser Anstieg ist aber, wie die Fig. 1 und 2 zeigen, allein durch die (1,0)-Elektronen bestimmt und daher auch für die beiden theoretischen Kurven, wie Fig. 3 zeigt, der gleiche. Hätten wir eine einleuchtende Erklärung dafür, warum der Beitrag der (1,0)-Elektronen in der theoretischen Kurve nicht so gut wie der der beiden anderen Elektronen wiedergegeben wird, so würde damit verständlich, warum durch eine Gleichsetzung bei größeren Werten von $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}$ mit keiner der theoretischen Kurven eine Übereinstimmung erzielt werden kann, denn dort ist der Beitrag der (1,0)-Elektronen schon wesentlich und für den Verlauf der Streukurve bestimmend geworden. Damit wäre auch die Gleichsetzung der experimentellen Streukurve mit der theoretischen bei $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda} = 0{,}15$ gerechtfertigt, denn bei diesem Abszissenwert ist der „unkorrekte" Beitrag der (1,0)-Elektronen noch gering, der Beitrag der Leitungselektronen aber schon groß genug, um den Einfluß aller Fehler, die nicht prozentual eingehen, möglichst klein zu halten.

Wir haben nun in der Tat Grund zu der Annahme, daß der Beitrag der (1,0)-Elektronen in der theoretischen Streukurve zu groß angenommen ist. Mit der Anwendung der Formel (4) zur Berechnung der inkohärenten Strahlung haben wir die Wechselwirkung der Elektronen untereinander vernachlässigt, wie der Vergleich von Formel (4) und (3) zeigt, und dies bedeutete, daß wir nicht berücksichtigten, daß ein Elektron nicht in einen Quantenzustand gelangen kann, der von einem anderen schon besetzt ist. Wollen wir exakter verfahren, so müssen wir bei der Berechnung der inkohärenten Strahlung solche Übergänge ausschließen. Das bedeutet aber eine Verringerung der inkohärenten Strahlung. Dementsprechend ist der dritte Summand in Gleichung (3) negativ.

Auch wenn wir in unserem Falle bei dem Bild der Leitungselektronen bleiben wollen, ist es leicht zu erkennen, daß deren Anwesenheit den Beitrag der (1,0)-Elektronen zumindest in dem Bereich unserer Streuwinkel gegenüber dem

theoretischen Wert herabsetzt. Wollen wir ein (1,0)-Elektron durch Comptonstoß aus dem Atomverband befreien, so muß es, um dem Pauli-Prinzip zu entsprechen, nach der Loslösung noch soviel kinetische Energie besitzen, daß im Impulsraum sein Platz nicht mehr in die von den Leitungselektronen vollbesetzte Kugel fällt. Das bedeutet, daß sich das Elektron erst größeren Impulsen gegenüber als frei verhalten wird, als ohne die Anwesenheit der Leitungselektronen. In unserer theoretischen Kurve wird dies seinen Ausdruck darin finden, daß der für ein freies Elektron gültige Streuwert 1 von den (1,0)-Elektronen bei Anwesenheit der Leitungselektronen erst bei einem höheren Wert von $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}$ erreicht werden wird, als ohne diese; denn je größer der Winkel zwischen Primär- und Streustrahl ist, um so größer ist der Teil des Strahlungsquantes, der in die Rückstoßenergie des Elektrons übergeht. Wird aber der Maximalwert erst bei höheren Abszissen erreicht, so wird damit also auch in diesem Falle der Anstieg flacher werden in Übereinstimmung mit unserem experimentellen Befund.

Inwieweit dieser Umstand allein für das abweichende Verhalten der (1,0)-Elektronen maßgebend ist, kann nicht angegeben werden. Vielleicht ist auch der Einfluß des Gitterpotentials auf den (1,0)-Zustand doch noch so groß, daß eine merkbare Änderung der entsprechenden Eigenfunktion des Elektrons eintritt und damit die von uns verwendeten Formfaktoren geändert werden müßten.

Wir haben bisher unsere experimentelle Kurve mit der theoretischen verglichen, die unter der Annahme von zwei Leitungselektronen pro Atom errechnet war. Wir wollen zum Schluß noch auf eine von der Gleichsetzung unabhängige Weise zeigen, daß wir durch die Annahme einer anderen Anzahl von Leitungselektronen keine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielen können. Wir betrachten dazu den Wert für $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}$, bei dem der Beitrag der (2,0)-Elektronen bzw. der Leitungselektronen konstant geworden ist. Das ist, wie die Fig. 1 und 2 zeigen, für $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda} = 0{,}20$ bzw. 0,30 der Fall. Von dort aus zeigen die Summenkurven einen fast geradlinigen Anstieg. Das benutzen wir, um nun umgekehrt aus der gegebenen experimentellen Kurve den $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}$-Wert zu ermitteln, für den der Beitrag der zwei äußeren Elektronen, seien es nun gebundene oder „freie" Elektronen, konstant geworden. Wir nähern dazu den Kurventeil oberhalb $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda} = 0{,}32$ durch eine Gerade an und sehen, bei welchem Abszissenwert diese die experimentelle Kurve als Tangente verläßt. Eine Probe dieses Verfahrens, zunächst an den beiden theoretischen Kurven vorgenommen, gibt in der Tat die richtigen Werte: $\frac{\sin \vartheta/2}{\lambda}$ etwa $= 0{,}19$ bis $0{,}20$ bzw. 0,29 bis 0,30. Aus der experimentellen Kurve ergab sich ein Wert von etwa 0,28, also innerhalb der erreichbaren Genauigkeit durchaus in Übereinstimmung mit dem Wert, den wir für 2 Leitungselektronen finden. Eine Rechnung, die unter Annahme nur eines „freien" Elektrons vorgenommen wurde, ergab einen Wert von 0,24 bis 0,25, die Rechnung für 3 „freie" Elektronen hingegen 0,34. Dies bedeutet gegenüber dem Wert für zwei Leitungselektronen eine wesentlich schlechtere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Diese Tatsache zusammen mit dem Verlauf der experimentellen Streukurve bei kleinen Winkeln zeigt deutlich, daß es berechtigt ist, abschließend zu sagen, daß im metallischen *Be* die beiden Elektronen des (2,0)-Zustandes in guter Näherung als frei im Sinne der Debyeschen Rechnung anzusehen sind. Der von den beiden (1,0)-Elektronen herrührende Anteil erscheint im Experiment geringer, als er nach der Theorie zu erwarten wäre, doch ist dies wahrscheinlich auf die bei den theoretischen Berechnungen vernachlässigte Wechselwirkung der Elektronen untereinander zurückzuführen. Es ist nur noch hinzuzufügen, daß sich aus Legierungsdaten für *Be* ebenfalls 2 Leitungselektronen ergeben in Übereinstimmung mit unserem Befund (11). Neben diesem speziellen Ergebnis zeigt die Untersuchung zum ersten Male an einem praktischen Beispiele, daß die inkohärente Streustrahlung sich in der Tat als ein geeignetes Mittel zur experimentellen Untersuchung der Elektronenzustände im Metall erweist.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes förderndes Interesse an ihrem Fortgange bin ich Herrn Prof. Dr. Dr. h. c. P. Debye zu aufrichtigem Danke verpflichtet. Mein Dank gilt ferner Herrn Dr. L. Bewilogua für viele wertvolle Ratschläge.

Es ist mir ein Bedürfnis, auch an dieser Stelle der Deutschen Gold- und Silberscheideanstalt in Frankfurt a. M., sowie Herrn Dr. W. Kroll in Luxemburg zu danken, daß sie durch ihr liebenswürdiges Entgegenkommen bei der Beschaffung des reinen Beryllium die Durchführung dieser Untersuchung ermöglichten.

Literaturverzeichnis.

1. Eine zusammenfassende Darstellung der Theorie des metallischen Zustandes findet sich bei A. Sommerfeld u. H. Bethe, Handbuch der Physik XXIV, Teil 2, 333, 1933. — H. Fröhlich, Elektronentheorie der Metalle. Verlag Springer, 1936. Dort finden sich auch zahlreiche Literaturhinweise auf die Originalarbeiten.
2. Hinweise auf die Originalarbeiten bei: U. Dehlinger, Handbuch der Metallphysik I, Teil 1, 87, 1935.
3. P. Debye, Physik. Zeitschr. **38**, 161, 1937.
4. C. Zener, Phys. Rev. **48**, 573, 1935.
5. G. Wentzel, Zeitschr. f. Phys. **43**, 1 und 779, 1927.
6. I. Waller u. Dr. Hartree, Proc. Roy. Soc. (A) **124**, 119, 1929.
7. E. O. Wollan, Phys. Rev. **37**, 862, 1931.
8. G. Herzog, Zeitschr. f. Phys. **69**, 211, 1931; **70**, 583 und 590, 1931.
9. E. Wigner u. F. Seitz, Phys. Rev. **43**, 804, 1933.
10. W. James u. W. Brindley, Phil. Mag. **12**, 81, 1931.
11. U. Dehlinger, Handbuch der Metallphysik Bd. I, Teil 1, 97, 1935.
12. P. Debye, Ann. d. Phys. **43**, 49, 1914.
13. I. Waller, Diss. Upsala 1925.
14. H. Ott, Physik. Zeitschr. **27**, 598, 1926.
15. F. Wendler, Diss. Leipzig 1935.
16. Wagner u. Kulenkampff, Ann. d. Phys. **68**, 369, 1922.
17. L. Bewilogua, Physik. Zeitschr. **32**, 265, 1931.
18. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. (A) **111**, 405, 1926.
19. U. Dehlinger, Handbuch der Metallphysik Bd. I, Teil 1, 1, 1935.
20. H. Mark u. G. Hengstenberg, Naturwiss. **17**, 443, 1929.
21. U. Dehlinger, Ann. d. Phys. (V) **2**, 749, 1929.

Leipzig, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 11. Januar 1937.)

Über Elementumwandlungen im Innern der Sterne. I.

Von C. F. v. Weizsäcker.

1. Die Aufbauhypothese. — 2. Umwandlung durch geladene Kerne. — 3. Reaktionsketten der leichtesten Elemente. — 4. Folgerungen für den inneren Aufbau der Sterne. — 5. Umwandlung durch Neutronen. — 6. Der Aufbau der schwereren Elemente. — 7. Allgemeinere astrophysikalische Fragen. — 8. Zusammenfassung.

1. Die Aufbauhypothese.

Es ist bekannt, daß die Temperaturen im Innern der Sterne hoch genug sind, um Umwandlungen der leichtesten Atomkerne hervorzurufen. Hierdurch werden einerseits zusammengesetzte Kerne aus dem im Stern im Überfluß vorhandenen Wasserstoff aufgebaut, andererseits wird die Bindungsenergie dieser Kerne freigemacht und liefert einen Beitrag zur Wärme und Ausstrahlung des Sterns. Die heutige Kernphysik erscheint hinreichend entwickelt, um den Aufbau einer Theorie dieser Vorgänge zu gestatten. Diese muß die Frage beantworten, welche Kernprozesse in Materie von gegebener chemischer Zusammensetzung, gegebenem Druck und gegebener Temperatur spontan ablaufen. Zur praktischen Anwendung der Theorie auf das Sterninnere ist es notwendig, die drei genannten Bedingungen zu kennen, so wie sie sich unter der Einwirkung der von ihnen selbst ausgelösten Kernprozesse dort einstellen. Da hierüber keine Beobachtungen vorliegen, sind wir an dieser Stelle auf eine Hypothese angewiesen, die wir als „Aufbauhypothese" bezeichnen; sie besagt, daß bis auf vernachlässigbar kleine Effekte die von der Theorie betrachteten Umwandlungen der einzige Ursprung der zusammengesetzten Kerne in den ursprünglich rein aus Wasserstoff bestehenden Sternen und die einzige Quelle der Sternenergie sind. Die Prüfung dieser Hypothese muß im Erfolg der auf ihr aufgebauten Theorie liegen. Wir versuchen in der vorliegenden Arbeit diese Theorie so weit zu entwickeln, als es durch qualitative Betrachtungen möglich ist. Ansätze zur quantitativen Durchführung soll eine nachfolgende Arbeit geben[1]).

Zunächst prüfen wir die Vereinbarkeit der Aufbauhypothese mit den Grunderfahrungen über die Energieerzeugung in den Sternen und über die Häufigkeit der chemischen Elemente.

Die Stärke der Energiequellen im Sterninnern ist nicht durch direkte Beobachtung bekannt; jedoch darf man wenigstens für Sterne vom Sonnentyp die dort pro Sekunde erzeugte Energie der pro Sekunde von der Sternoberfläche ausgestrahlten Energiemenge gleichsetzen. Denn die geologischen Daten fordern, daß sich die Sonnenstrahlung in den letzten $2 \cdot 10^9$ Jahren nicht um mehr als einen Faktor der Größenordnung 1 geändert hat, und die in der Sonne aufgespeicherte Wärme reicht nach einer Abschätzung von Eddington nur etwa für $5 \cdot 10^7$ Jahre zur Deckung der heutigen Ausstrahlung aus; es muß also im wesentlichen Gleichgewicht zwischen Erzeugung und Verlust herrschen. Nun strahlt die Sonne in der Sekunde pro g ihrer Masse ungefähr 1 erg; dies muß

1) Die Aufbauhypothese ist wohl zuerst von Eddington ausgesprochen worden (vgl. Der innere Aufbau der Sterne, Berlin 1928). Im Zusammenhang mit der Gamowschen Theorie der Kernumwandlungen wurde sie ausgebaut von Atkinson u. Houtermans, Zeitschr. f. Phys. **54**, 656, 1929; Atkinson, Astrophys. J. **73**, 250, 308, 1931. Zusammenstellung und kritische Beurteilung der heutigen Kenntnisse bei Strömgren, Hdb. d. Astrophysik, Bd. VII, Berlin 1936.

also auch die im Mittel pro g und sec freigemachte Kernenergie sein. Andererseits ist die Bindungsenergie der zusammengesetzten Kerne ungefähr ein Hundertstel ihrer Ruhenergie. Demnach kann 1 g Wasserstoff bei der völligen Umwandlung in schwerere Elemente nach der Beziehung $E = mc^2$ im ganzen $\frac{1}{100}(3 \cdot 10^{10})^2$ erg liefern, d. h. $9 \cdot 10^{18}$ erg. Wird 1 erg pro sec erzeugt, so reicht der Energievorrat für $9 \cdot 10^{18}$ sec $= 3 \cdot 10^{11}$ Jahre. Da heute diejenige Zeitskala der kosmischen Entwicklung, nach der die Sterne nicht älter als 10^{10} bis 10^{11} Jahre sind, die größte Wahrscheinlichkeit für sich hat, kann demnach der Energiebedarf eines normalen Sterns durch die Kernumwandlungen gerade gedeckt werden. Dieses Argument für die Aufbauhypothese ist schon mehrfach früher verwendet worden.

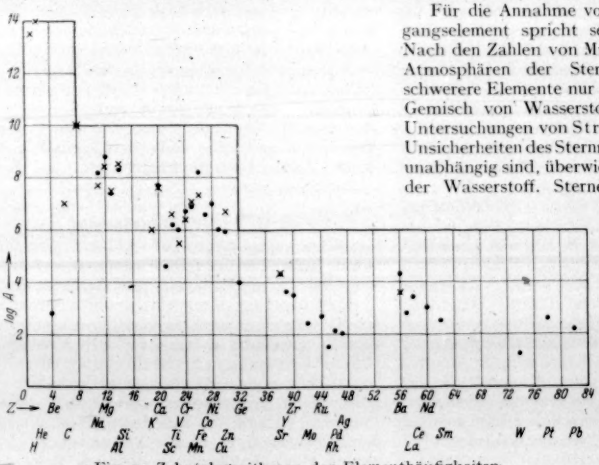


Fig. 1. Zehnerlogarithmen der Elementhäufigkeiten.
● Von Russell als verhältnismäßig sicher angegebene Werte für die Sonnenatmosphäre.
× Werte für Sternatmosphären nach Miss Payne.

Schwerer ist die Vereinbarkeit der Aufbauhypothese mit der Häufigkeitsverteilung der chemischen Elemente zu beurteilen, da hier die empirischen Daten vielfach unvollständig sind. Fig. 1 zeigt die spektroskopisch bestimmte Häufigkeit einiger wichtiger Elemente in der Sonnenatmosphäre nach Russell[1]). Sie stimmt in den großen Zügen mit den chemisch bestimmten Häufigkeiten der Elemente auf der Erdoberfläche[2]) und in den Meteoriten[3]) überein; bei einzelnen Elementen kommen Abweichungen um den Faktor 100–1000 vor, aber der allgemeine Verlauf der Kurve ist derselbe. Innerhalb der Fehlergrenzen besteht auch Übereinstimmung mit der Verteilung in den Atmosphären zahlreicher Fixsterne nach Miss Payne[1]). In Anbetracht der Unsicherheit der Methoden kann man daher die Annahme einer universell gleichartigen Elementverteilung wenigstens als erste Näherung zugrundelegen. Dies spricht entweder für eine gemeinsame Entstehung aller zusammengesetzten Kerne vor der Bildung einzelner Sterne oder für einen in allen Sternen ungefähr gleichartigen Entstehungsmechanismus. Wir haben zu prüfen, ob diese Verteilung unter den physikalischen Bedingungen des Sterninnern entstehen konnte.

Für die Annahme von Wasserstoff als Ausgangselement spricht seine große Häufigkeit. Nach den Zahlen von Miss Payne bestehen die Atmosphären der Sterne aus einem durch schwerere Elemente nur schwach verunreinigten Gemisch von Wasserstoff und Helium. Nach Untersuchungen von Strömgren[2]), die von den Unsicherheiten des Sternmodells verhältnismäßig unabhängig sind, überwiegt auch im Sterninnern der Wasserstoff. Sterne der Hauptreihe enthalten etwa 35 Gewichtsprozente Wasserstoff, was bei einem mittleren Atomgewicht A der übrigen Materie bedeutet, daß auf $2/3\,A$ Atome Wasserstoff erst ein schwereres Atom kommt (bei dem plausiblen Wert $A = 12$ also auf 8). Ferner zeigt es sich, daß der Wasserstoffgehalt systematisch mit der Lage des Sterns im Russell-Diagramm variiert, und zwar so, daß die Hauptreihe durch konstanten Wasserstoffgehalt ausgezeichnet ist. Diese Ergebnisse erscheinen gut vereinbar mit der Annahme, daß die Sterne ursprünglich aus reinem Wasserstoff bestanden, und daß ihre Anordnung im Russell-Diagramm eine Anordnung entweder nach verschiedenem Alter oder nach verschiedener Geschwindigkeit des Wasserstoffverbrauchs bedeutet.

Daß die Temperaturbewegung in der Nähe des Sternmittelpunktes genügt, um den Protonen

1) H. N. Russell, Astrophys. J. **70**, 11, 1929.
2) V. M. Goldschmidt, Naturw. **18**, 999, 1930.
3) I. u. W. Noddack, Naturw. **18**, 757, 1930.

1) C. H. Payne, Pr. nat. Acad. Washington **11**, 192, 1925.
2) Zeitschr. f. Astrophys. **7**, 244, 1933.

gelegentlich die Überwindung des Potentialberges anderer Kerne zu ermöglichen, haben Atkinson und Houtermans auf Grund der Gamowschen Kerntheorie vorausgesagt. In der Tat entspricht der Temperatur von wenigstens 20 Millionen Grad, die nach Eddington in der Mittelpunktsregion eines Sterns der Hauptserie herrscht, eine mittlere kinetische Energie von wenigstens 2600 Volt; nicht weit oberhalb dieses Werts beginnt der Energiebereich, in dem schon im Laboratorium die Umwandlung von Lithium durch Protonen oder von schwerem Wasserstoff durch Deuteronen beobachtet ist. Nach Atkinson und Houtermans sollte ein Lithiumkern in der Nähe der Sonnenmitte nur eine nach Minuten zählende Zeit leben. Früher nahm man an, die Protonen würden beim Eindringen steckenbleiben und so die Kerne höher aufbauen. Inzwischen hat die Laboratoriumserfahrung gezeigt, daß statt dessen in vielen Fällen ein Abbau der Kerne erfolgt, so wird ^7Li z. B. durch Protonen in zwei α-Teilchen zerlegt. Auf diese Weise wird eine Vermehrung der Anzahl leichter Kerne zwanglos verständlich.

Dagegen ist es unmöglich, durch das Eindringen von Protonen bei dieser Temperatur den Aufbau schwerer Kerne zu verstehen. Die Eindringwahrscheinlichkeit nimmt exponentiell mit $(Z^2/T)^{1/2}$ ab; schon ein Neonkern sollte in der Sonne nur einmal in 10^9 Jahren eine Umwandlung erleiden. Dagegen kann der weitere Aufbau durch Neutronen vollzogen werden. Allerdings darf man nicht annehmen, daß der Stern eine anfangs vorhandene große Anzahl von Neutronen so wie seinen Wasserstoff bei diesem Prozeß langsam „verbrenne". Denn nach den Experimenten von Fermi dringen die Neutronen in schwere Kerne so rasch ein, daß ein Neutronenvorrat eines Sterns, der schwere Elemente in der beobachteten Häufigkeit enthält, in Bruchteilen einer Sekunde verbraucht sein müßte. Wenn der Aufbau der schweren Elemente ein gleichförmig ablaufender Prozeß sein soll, muß daher eine gleichförmig nachliefernde Neutronenquelle im Stern vorhanden sein. Da wegen der Größe des Massenunterschieds zwischen Proton und Neutron bei den normalen Sterntemperaturen die direkte Umwandlung eines Protons und eines Elektrons in ein Neutron praktisch nie vorkommen wird, ist die einzige mit der Aufbauhypothese vereinbare Neutronenquelle eine Reaktion, die bei Sterntemperaturen zwischen den im Stern vorkommenden Kernen ablaufen kann und als Folgeprodukt freie Neutronen liefert. Wir werden solche Prozesse in den nächsten Abschnitten studieren.

Wir gelangen somit zu der folgenden spezielleren Fassung der Aufbauhypothese: Die Temperatur im Sterninnern stellt sich so ein, daß Umwandlungen der leichtesten Kerne durch Wasserstoff möglich werden. Die bei diesen Umwandlungen freigemachte Energie dient zur Deckung der durch die Temperatur des Sterns bedingten Ausstrahlung. Die Umwandlungen führen nicht direkt zur Entstehung schwerer Kerne; bei ihrem Ablauf entstehen aber als Nebenprodukt freie Neutronen, welche einen Teil der vorhandenen Kerne zu den bekannten schweren Elementen aufbauen. Wenn diese Vorstellung richtig ist, so ist der Stern eine Maschine, welche mit Hilfe der freigemachten Kernenergien die zu ihrer Freimachung notwendigen äußeren Bedingungen automatisch gleichförmig aufrechterhält; er dürfte gleichzeitig die einzige mögliche Maschine dieser Art sein.

Wir untersuchen im folgenden zunächst die energieliefernden Reaktionen der leichten Kerne (Abschnitt 2 und 3) und ihre wichtigsten Einwirkungen auf den inneren Bau der Sterne (Abschnitt 4). Dann betrachten wir den Aufbau schwerer Kerne durch Neutronen und seine Bedeutung für die Häufigkeit der chemischen Elemente (Abschnitt 5 und 6) und schließen mit einigen allgemeineren Folgerungen aus der Aufbauhypothese.

2. Umwandlung durch geladene Kerne.

Welche Kerne lösen Umwandlungen aus, und welche Umwandlungen werden durch diese Kerne ausgelöst?

Voraussetzung einer Umwandlung ist, daß ein Kern in einen anderen Kern eindringt, und dazu ist notwendig, daß er die zwischen zwei geladenen Kernen herrschende Coulombsche Abstoßung überwindet. Begünstigt sind also Kerne großer kinetischer Energie und kleiner Ladung.

Die Verteilung der kinetischen Energien in der Sternmaterie ist durch die Temperatur gegeben. Allerdings werden durch die Umwandlungen selbst Teilchen von übernormaler Geschwindigkeit erzeugt. Jedoch werden sie im allgemeinen durch die Hüllenelektronen der von ihnen durchsetzten Materie gebremst, ehe sie einen Kern treffen. Im Laboratorium trifft bekanntlich von 10^4 bis 10^5 schnellen geladenen Teilchen nur eines vor der völligen Abbremsung einen Kern. Die hohe Ionisation der Sternmaterie ändert hieran nichts; die freien Elektronen werden im Gegenteil nach den theoretischen Formeln etwas stärker bremsen als die gebundenen. Solange wir uns nicht für Prozesse interessieren, die in der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} seltener sind als diejenige Umwandlung, aus der die schnellen Teilchen entstehen, können wir uns daher auf die Betrachtung der thermisch ausgelösten Umwandlungen beschränken. Für diese

ergibt sich die Totalwahrscheinlichkeit, indem man die energieabhängige Eindringwahrscheinlichkeit (im einfachsten Fall also die Gamowsche Exponentialfunktion) über die Maxwellsche Energieverteilung mittelt. Bis auf langsam veränderliche Vorfaktoren ergibt sich Proportionalität der Umwandlungswahrscheinlichkeit mit $\exp\left(-(Z_1^2 \cdot Z_2^2/T)^{1/3}\right)$, wobei Z_1 und Z_2 die Ordnungszahlen der beiden an der Reaktion beteiligten Kerne sind.

Wegen der empfindlichen Abhängigkeit dieser Funktion von der Ladung werden in einen vorgegebenen zusammengesetzten Kern sehr viele Wasserstoffkerne eindringen, ehe einmal ein höher geladener Kern die Potentialschwelle überwindet. Solange ein Stern merkliche Mengen von Wasserstoff enthält und solange wir uns wieder nicht für sehr seltene Arten der Umwandlung interessieren, können wir daher die Untersuchung auf die durch Wasserstoffkerne (Proton, Deuteron, Triton) ausgelösten Prozesse beschränken.

Welche Umwandlungen werden nun durch diese Kerne ausgelöst? Wir unterscheiden Aufbau- und Abbauprozesse (z. B. ${}^7_3Li + {}^1_1H = {}^8_4Be$ und ${}^7_3Li + {}^1_1H = 2\,{}^4_2He$). In beiden Fällen können Bindungsenergien freiwerden, beim Aufbau infolge der Bildung eines höher zusammengesetzten Kernes, beim Abbau infolge der Vermehrung der Anzahl zusammengesetzter Kerne einer bestimmten niedrigeren Stufe. Betrachtet man zunächst nur die Umwandlungen durch Protonen als die häufigsten Kerne der Ladung 1, so kann man als empirisch gut begründete Regel aussprechen: Aufbauprozesse treten bei leichten Kernen im allgemeinen nur dann auf, wenn Abbauprozesse aus rein energetischen Gründen nicht möglich sind. Als Beispiel für diese und die folgenden Regeln können die im nächsten Abschnitt besprochenen Reaktionen leichter Kerne dienen. Theoretisch läßt sich die Regel in der von Bohr eingeführten Beschreibungsweise der Kernprozesse folgendermaßen begründen: Durch die Anlagerung des eingedrungenen Protons an einen vorgegebenen Kern bildet sich zunächst ein hochangeregter „Zwischenkern". Dieser hat nun die Wahl, entweder wieder ein Proton abzugeben („Streuung"), oder ein anderes materielles Teilchen (im allgemeinen ein α-Teilchen) zu emittieren („Abbau") oder schließlich unter γ-Emission in seinen Grundzustand überzugehen („Aufbau"). Da die Lebensdauer angeregter Kernzustände gegen γ-Emission lang ist im Vergleich mit den charakteristischen Kernperioden, wird ein materielles Teilchen im allgemeinen vor dem Übergang des Kerns in den Grundzustand entweichen, wenn es die dazu nötige Energie besitzt und nicht durch besondere Hindernisse aufgehalten wird. Derartige Hindernisse sind eine zu hohe Coulombsche Potentialschwelle oder eine zu große Anzahl von Teilchen im Kern, auf die sich die Anregungsenergie gleichmäßig verteilt. Beide Faktoren werden erst bei schwereren Kernen wirksam. Infolgedessen gewinnen wir für hinreichend leichte Kerne ein rein energetisches Kriterium für die Entscheidung zwischen Auf- und Abbau, dessen Gültigkeit von der absoluten Größe der Umwandlungswahrscheinlichkeit nahezu unabhängig ist. Vergleichen wir etwa zwei Kerne gleicher Ladung, von denen der eine energetisch befähigt ist, nach der Anlagerung des Protons ein α-Teilchen zu emittieren, der andere nicht. In beiden Fällen wird der Aufbau ein a priori sehr unwahrscheinlicher Prozeß sein, beim ersten Kern kommt der Ausstrahlung fast mit Sicherheit die α-Emission, d. h. der Abbau zuvor, beim zweiten mit großer Wahrscheinlichkeit (es gibt hierüber kaum empirisches Material) die Reemission des Protons (Streuung). Da aber durch die Streuung nichts am Zustand des Kerns geändert wird, kommen für die Umwandlung im zweiten Fall doch nur die seltenen Aufbauprozesse in Betracht. D. h. von einer sehr großen Zahl von Kernen der ersten Art wird fast keiner einen Aufbau erleben, von ebenso vielen der zweiten Art dagegen jeder. Daß die Aufbauwahrscheinlichkeit klein ist, bewirkt nur eine Änderung der Zeitskala. Ist der betrachtete Prozeß ein Glied in einer zur Energieerzeugung wesentlichen Reaktionskette, so muß sich im Stern eine etwas höhere Temperatur als die aus dem Gamowschen Exponentialfaktor folgende einstellen, damit die Reaktion mit derjenigen Geschwindigkeit abläuft, die notwendig ist, um die pro Zeiteinheit ausgestrahlte Energie nachzuliefern. Für Li $(Z = 3)$ kann man bei $2 \cdot 10^7$ Grad durch eine Temperaturänderung um den Faktor 2 eine Änderung der Reaktionsgeschwindigkeit um den Faktor 10^3 erreichen.

Der bekannte Typus der Abhängigkeit der Bindungsenergien von der Zusammensetzung der Kerne erlaubt zusammen mit dem energetischen Abbaukriterium die folgende Einteilung der leichtesten Kerne hinsichtlich der an ihnen möglichen Umwandlungen. Wir unterscheiden zunächst stabile Kerne und elektronen- bzw. positronenemittierende β-Strahler (β^-- bzw. β^+-Strahler). Stabil sind die Kerne, bei denen die Protonenanzahl gleich der Neutronenanzahl oder, bei ungerader Gesamtteilchenzahl, nur um 1 kleiner ist; β-labil sind alle anderen Kerne, und zwar β^+-labil die Kerne mit Protonenüberschuß, β^--labil die Kerne mit Neutronenüberschuß. Theoretisch läßt sich diese Einteilung am einfachsten darstellen, indem man den Energieinhalt des Kerns als eine symmetrische Funktion

des Verhältnisses der beiden Teilchenanzahlen schreibt, die – abgesehen von der energetischen Auszeichnung gerader Teilchenzahlen – bei Gleichheit der beiden Zahlen ihr Minimum hat. Ein stabiler Kern, der ein Proton eingefangen hat, kann nun in vielen Fällen ein α-Teilchen emittieren; dies gilt vor allem für die Kerne mit anfangs ungerader Protonenzahl und gerader Neutronenzahl ($^{7}_{3}Li$, $^{11}_{5}B$, $^{15}_{7}N$ usw.), da diese nach dem Prozeß als besonders stabile Kerne mit gerader Protonen- und Neutronenzahl ($^{4}_{2}He$, $^{8}_{4}Be$ oder $2\,^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$) zurückbleiben. Über diese Kerne kann also im allgemeinen kein Aufbauweg führen. Dagegen können weder die β^+- noch die β^--Strahler α-Teilchen emittieren, da durch die Entfernung der zwei Protonen und zwei Neutronen des α-Teilchens das Verhältnis der beiden Teilchenzahlen, wenn es anfangs nicht gleich 1 war, noch weiter vom Wert 1 entfernt wird. Die β^+-Strahler und die nicht zur α-Emission befähigten stabilen Kerne können daher zum Aufbau verwendet werden. Dagegen vermögen die β^--Strahler nach dem Eindringen des Protons ein Neutron zu emittieren, da die Ersetzung des Neutrons durch ein Proton gerade der Vorgang ist, der durch die Emission des β-Elektrons stattfindet und somit bei einem β^--Strahler per definitionem möglich ist. Daß andere als die hier genannten Prozesse wohl nicht vorkommen werden, kann man aus den Laboratoriumserfahrungen und aus direkten energetischen Abschätzungen auf Grund der bekannten Massendefekte entnehmen.

Aus den bisherigen Überlegungen folgt unmittelbar, daß bei Temperaturen unter 10^8 Grad ein Aufbau der Elemente durch Protoneneinfang auch nur bis zu Sauerstoff hinauf unmöglich ist. Gehen wir nämlich von irgendeinem stabilen Kern aus, so werden aus ihm durch aufeinanderfolgende Protonenanlagerungen alsbald labile Kerne, und zwar β^+-Strahler gebildet. Diese wären an sich zu weiterem Aufbau geeignet. Mit wachsender Kernladung nimmt aber die Eindringwahrscheinlichkeit der Protonen sehr stark ab und daher die Zeit zwischen zwei Protonenanlagerungen sehr stark zu. Sowie diese Zeit größer ist als die β-Lebensdauer des entstehenden Kerns, verwandelt dieser sich nach jedem Protoneneinbau in den stabilen Kern gleicher Masse. Man durchläuft dann also während des Aufbauprozesses alle stabilen Kerne und gelangt dabei mit Notwendigkeit auch zu den Kernen, die durch Protonen abgebaut werden. Von dieser Stelle an ist der Höheraufbau unmöglich, die Kerne, die bis zu ihr aufgebaut worden sind, wirken nun als Katalysatoren für die Entstehung von α-Teilchen. Nach der Aufbauhypothese ist dieser Prozeß die wesentliche Energiequelle des Sterns. Um die Entstehung der schwereren Elemente zu verstehen, müssen wir untersuchen, ob mit ihm die Erzeugung freier Neutronen als Nebenprodukt verbunden sein kann.

Ein Prozeß, der Neutronen liefert, kann nicht direkt durch Protonen ausgelöst werden. Denn die einzigen Kerne, an denen dies möglich wäre, sind die β^--Strahler. Da aber durch Protoneneinfang und den evtl. nachfolgenden β^+-Zerfall niemals ein β^--Strahler geschaffen wird, könnte es sich dabei nur um die Freimachung solcher Neutronen handeln, die vorher schon als Neutronen in den Kern eingedrungen wären, also nicht um eine Vermehrung der gesamten verfügbaren Neutronenanzahl. Dagegen können die schwereren Wasserstoffisotope als Neutronenquellen dienen; z. B. ist schon der bekannte Prozeß $^{2}_{1}D + ^{2}_{1}D = ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n$ hierzu geeignet. Man wird daher nach der Aufbauhypothese in der energieliefernden Reaktionskette einen Prozeß erwarten, der fortdauernd eines der schweren Wasserstoffisotope erzeugt.

3. Reaktionsketten der leichtesten Kerne.

Wenn wir nun versuchen, die eintretenden Reaktionen konkret anzugeben, müssen wir zu-

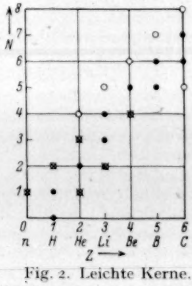


Fig. 2. Leichte Kerne.

● Als stabil bekannt.
○ Als labil bekannt.
⊠ Stabilität zweifelhaft. Durch Protonenanlagerung rückt ein Kern um eine Einheit nach rechts, durch Protonenanlagerung mit nachfolgendem α-Zerfall um eine Einheit nach links und zwei nach unten.

nächst die Kerne zusammenstellen, zwischen denen sie ablaufen. Die nebenstehende Tabelle I umfaßt die heute empirisch bekannten Kerne bis zur Ordnungszahl 5. Die Massen sind nach Oliphant[1]) angegeben. Die Größe $\Delta_{p,n}$ ist der

[1]) M. L. Oliphant, Nature **137**, 396, 1936. $^{6}_{2}He$ nach T. Bjerge u. V. K. J. Broström, Nature **138**, 400, 1936. $^{8}_{3}Li$ nach L. H. Rumbaugh u. L. R. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 681, 1936.

Tabelle I.
Leichte Kerne.

Element	Z	N	A	Atommasse	$\Delta_{p,n}$	Radioaktivität
n	0	1	1	1,0090	—	?
H	1	0	1	1,0081	—	—
(D)		1	2	2,0147	2,4	—
(T)		2	3	3,0171	9,0	?
He	2	1	3	3,0171	8,1	?
		2	4	4,0039	30,3	—
		4	6	6,0207	31,5	β^-
Li	3	3	6	6,0167	34,6	—
		4	7	7,0180	42,3	—
		5	8	8,0228	53,5	β^-
Be	4	4	8	8,0078	60,6	?
		5	9	9,0149	62,5	—
		6	10	10,0164	70,0	?
B	5	5	10	10,0161	69,4	—
		6	11	11,0128	81,7	—
		7	12	12,0179	85,9	β^-

Massendefekt des Kerns, d. h. der Unterschied seiner Masse von derjenigen von Z Protonen und N Neutronen, gemessen in Tausendstel Masseneinheiten. In der letzten Spalte bedeutet ein Strich, daß der Kern als stabil bekannt ist, β^-, daß sein Zerfall beobachtet ist. Von den übrigbleibenden Kernen sollte nach Ausweis der Massen das Neutron und ${}^{10}_{4}Be$ β^--labil, ${}^{8}_{4}Be$ stabil (oder vielleicht schwach α-labil) sein. Zu beachten ist, daß von zwei Kernen gleicher Massenzahl, die durch β-Zerfall ineinanderübergehen können, wie ${}^{10}_{4}Be$ und ${}^{10}_{5}B$, nicht derjenige der stabilere ist, der den größeren Massendefekt hat (${}^{10}_{4}Be$), sondern der, dessen Atom die kleinere Masse hat (${}^{10}_{5}B$); die Bindungsenergie, die beim Übergang von ${}^{10}_{5}B$ zu ${}^{10}_{4}Be$ gewonnen werden könnte, würde überwogen durch den Energieaufwand, der nötig ist, um ein Proton in ein Neutron zu verwandeln. Daher läßt sich über die Stabilität von ${}^{3}_{1}T$ und ${}^{3}_{2}He$ nichts Bestimmtes voraussagen, obwohl die drei Bestandteile von ${}^{3}_{2}He$ wegen der Coulombschen Abstoßung mit Sicherheit schwächer aneinander gebunden sind als die von ${}^{3}_{1}T$. Ist die Masse des Atoms ${}^{3}_{1}T$ die größere, so kann der Kern ein β-Elektron emittieren, wodurch ein ${}^{3}_{2}He$-Atom (einschließlich der in der Massenberechnung mitgezählten Hüllenelektronen) entsteht. Ist die Masse des Atoms ${}^{3}_{2}He$ die größere, so kann der Kern zwar noch kein Positron emittieren, da sein Energieüberschuß sicher nicht zur Bildung von dessen Ruhmasse ausreicht. Aber unter genauer Umkehrung des β-Zerfalls von ${}^{3}_{1}T$ kann dann ein Hüllenelektron des ${}^{3}_{2}He$ vom Kern verschluckt werden und dadurch ${}^{3}_{1}T$ liefern; nach Möller[1]) ist die Wahrscheinlichkeit eines derartigen Prozesses keineswegs klein. Schließlich könnten beide Kerne gleichzeitig stabil sein, wenn das Neutrino eine endliche Ruhmasse hätte.

Die wichtigste, von der heutigen Erfahrung unbeantwortete Frage ist die nach den Eigenschaften der Kerne von der Masse 5. Nach einer Extrapolation von den Kernen größerer Masse her sollte man annehmen, daß sowohl ${}^{5}_{2}He$ wie ${}^{5}_{3}Li$ existenzfähig wären, und daß ${}^{5}_{3}Li$ unter Positronenemission in ${}^{5}_{2}He$ zerfiele. Daß die beiden Kerne empirisch weder als stabile Isotope noch als Endprodukte künstlicher Umwandlungen gefunden worden sind, widerspricht dieser Annahme nicht. Denn das irdische Helium ist wohl ausschließlich radioaktiver Herkunft und sollte daher das Isotop ${}^{5}He$ nicht enthalten; und da das fünfte Teilchen in beiden Kernen jedenfalls nur sehr schwach gebunden sein kann, erscheint es wohl denkbar, daß in keiner Reaktion, die überhaupt andere Endkerne liefern kann, die Kerne der Masse 5 entstehen. Am ehesten müßte man sie bei der Beschießung von schwerem Wasserstoff mit α-Teilchen finden; dabei können die Reaktionen ${}^{4}_{2}He + {}^{2}_{1}D = {}^{5}_{2}He + {}^{1}_{1}H$ und ${}^{4}_{2}He + {}^{2}_{1}D = {}^{5}_{3}Li + {}^{1}_{0}n$ auftreten, von deren Folgeprodukten wenigstens eines als radioaktiv mit vermutlich langer Lebensdauer beobachtbar sein müßte.

Jedoch sprechen einige Gründe gegen unsere Extrapolation. Theoretisch haben Massey und Mohr[1]) für Kerne der Masse 5 überhaupt keine Bindung erhalten. Dies kann allerdings auf einer ungenügenden Approximation beruhen. Jedoch liefert auch die Interpolation zwischen den Werten der Tabelle I abweichende Resultate. Nach einer sonst stets bewährten Regel sollte der Massendefekt von ${}^{5}He$ kleiner sein als das arithmetische Mittel der Massendefekte von ${}^{4}He$ und ${}^{6}He$, d. h. kleiner als 30,9, und der Massendefekt von ${}^{5}Li$ kleiner als dieser Wert. Demnach könnte ${}^{5}Li$ stabil sein. Dagegen wäre die Bindungsenergie des letzten Neutrons an das α-Teilchen in ${}^{5}He$ kleiner als der Massenunterschied zwischen Proton und Neutron. Daher müßte ${}^{5}He$ β^--labil sein, und zwar sollte es in ein α-Teilchen, ein freies Proton und ein Elektron zerfallen können. Die Lebensdauer wäre durch die β-Lebensdauer des Neutrons und die Energie der entstehenden β-Strahlung gegeben, sie wäre also vermutlich ziemlich lang.

Wir untersuchen nun den Verlauf einer vom α-Teilchen ausgehenden, durch sukzessive Protonenanlagerungen fortschreitenden Reaktionskette. Als erstes Folgeprodukt entsteht ${}^{5}_{3}Li$. Wir unterscheiden drei Fälle:

1) C. Möller, Phys. Rev. **51**, Heft 2, 1937. Ich danke Herrn Möller für die Möglichkeit, seine Arbeit im Manuskript zu sehen.

1) H. S. W. Massey u. C. B. O. Mohr, Pr. Roy. Soc. London (A) **156**, 634, 1936.

A. ^5Li ist stabil.
B. ^5Li ist β^+-labil.
C. ^5Li ist als einheitlicher Kern nicht existenzfähig.

Im Fall A. kann ^5Li ein zweites Proton anlagern und ^6_4Be bilden. Dieser Kern muß β^+-labil sein und in ^6_3Li übergehen. Die Weiterentwicklung hängt davon ab, ob dieser β-Zerfall dem nächsten Protoneneinfang zuvorkommt oder nicht. Im ersten Fall wird der nächste Prozeß im allgemeinen $^6Li + {}^1H = {}^4He + {}^3He$ lauten. Damit ist das α-Teilchen wiederhergestellt und zur erneuten Durchlaufung der Reaktionskette befähigt. Das Schicksal des ^3He, dessen Entstehung durch das α-Teilchen katalysiert wurde, verfolgen wir weiter unten. Wurde das dritte Proton aber vor dem Zerfall des ^6Be angelagert, so entsteht ^7_5B, was sicher sehr rasch in ^7_4Be β-zerfällt. Zu demselben Kern führt die gelegentlich vielleicht eintretende reine Anlagerung eines Protons an ^6Li. ^7Be kann nun wieder entweder zuerst β-zerfallen oder zuerst ein Proton anlagern. Im ersten Fall entsteht ^7_3Li, das durch Protonenanbau meist in zwei α-Teilchen, gelegentlich in ^8_4Be übergehen wird. Im zweiten Fall entsteht ^8_5B, was als Kern mit ungeradem N und Z sicher rasch in ^8_4Be β-zerfällt; vielleicht entstehen bei diesem Zerfall gelegentlich auch zwei α-Teilchen. ^8_4Be kann durch Protonenanlagerung in ^4He und ^5Li zerlegt werden; wahrscheinlicher ist aber, daß ^9_5B entsteht, was wiederum in ^9_4Be übergeht. ^9Be kann zahlreiche Reaktionen ausführen, von denen $^9Be + {}^1H = 2\,{}^4_2He + {}^2_1D$ vielleicht den größten Wirkungsquerschnitt für die langsamen Protonen des Sterninnern hat. Jedenfalls wird sehr selten $^{10}_5B$ gebildet, und im ganzen wird daher der Reaktionskreis nicht über ^9Be hinaus steigen; in der Mehrzahl der Fälle wird man ihn schon mit ^6Li als beendet ansehen können.

Im Fall B. kann ^5Li entweder zunächst ein weiteres Proton anlagern — dann vollzieht sich alles wie im Fall A. — oder β-zerfallen. Das entstehende ^5He ist, wenn die Annahme B. überhaupt möglich ist, stabil. Der energetisch mögliche Prozeß, der dann mit überwiegender Wahrscheinlichkeit eintreten dürfte, ist $^5He + {}^1H = {}^4_2He + {}^2_1D$, womit der Kreis bereits geschlossen ist. Entsteht einmal ^6Li, so verläuft der Zyklus wie im Fall A.

Im Fall C. werden wesentlich andere Verhältnisse eintreten, die sich nicht leicht übersehen lassen. Da alle betrachteten Kerne oberhalb der Masse 5 α-Teilchen oder noch leichtere Kerne freimachen, kann auch hier ein geschlossener Reaktionszyklus nur über einen Höheraufbau vom α-Teilchen aus ablaufen. Man müßte dann vermutlich bis zu Temperaturen und Dichten gehen, bei denen Dreierstöße von einem α-Teilchen und zwei Protonen, oder Prozesse wie die Anlagerung zweier α-Teilchen aneinander, wahrscheinlich werden. Wir verfolgen diese Möglichkeit hier nicht weiter, solange keine zwingenden Gründe für die Annahme C. vorgebracht sind; jedenfalls hat es den Anschein, daß auch sie zu Reaktionskreisen der geschilderten Art führen müßte, da mit Erreichung der Kerne von der Masse 6 an einigermaßen übersehbare und zwangsläufige Bedingungen vorliegen.

Wir haben noch das Schicksal der bei der Reaktionskette entstehenden Kerne der Masse 2 und 3 zu untersuchen. Direkt entstehen nach den obigen Betrachtungen ^2D oder ^3He; letzteres kann nachträglich in ^3T übergehen. Sie können unter Protonenanlagerung, unter Umständen über das sicher sehr β^+-labile ^4_3Li, zu α-Teilchen aufgebaut werden. Jedoch werden die Wirkungsquerschnitte vor allem für die Prozesse

$$^2D + {}^1H = {}^3He \text{ und } {}^3He + {}^1H = {}^4Li$$

sehr klein sein. Wir müssen daher wenigstens für die beiden Wasserstoffisotope die Prozesse

$$\begin{aligned}
&\text{I}: && {}^2_1D + {}^2_1D = {}^3_2He + {}^1_0n\\
&\text{II}: && {}^2_1D + {}^2_1D = {}^3_1T + {}^1_1H\\
&\text{III}: && {}^2_1D + {}^3_1T = {}^4_2He + {}^1_0n\\
&\text{IV}: && {}^3_1T + {}^3_1T = {}^4_2He + 2{}^1_0n
\end{aligned}$$

in Betracht ziehen. Die Prozesse I und II sind im Laboratorium beobachtet und haben den größten Wirkungsquerschnitt, der bei Umwandlungen durch geladene Teilchen bekannt ist; bei III und IV sollte der Wirkungsquerschnitt eher größer sein. Man darf I und II vielleicht bei sonst gleichen Verhältnissen als 10^5mal wahrscheinlicher ansetzen als den Prozeß

$${}^2_1D + {}^1_1H = {}^3_2He.$$

Demnach sollten bei einem Häufigkeitsverhältnis $H : D = 10^5$ bzw. $H : T = 10^5$ bereits die Reaktionen einsetzen, von denen I, III und IV zur Bildung von Neutronen führen. Da mit II stets gleichzeitig I vorkommt, wird diese Konzentration der schweren Wasserstoffisotope jedenfalls zur Bildung von Neutronen ausreichen.

Unsere empirischen Kenntnisse genügen nicht, um einen der bisher besprochenen Prozesse als den richtigen auszuzeichnen. Sie machen jedoch das Auftreten von Reaktionszyklen mit Nachbildung leichter Kerne fast sicher und die Erzeugung von Neutronen wahrscheinlich. Um die folgenden Überlegungen durch eine konkrete Ausdrucksweise zu vereinfachen, führen wir sie teilweise an einem willkürlich herausgegriffenen Modellprozeß durch. Wir wählen dafür die Reaktionskette, die sich im Fall B. ergibt:

$^4He \to {}^5Li \to {}^5He \to {}^4He + {}^2D$ und für die Wasserstoffisotope I, II und Höheraufbau zum α-Teilchen zurück.

4. Folgerungen für den inneren Aufbau der Sterne.

Wenn die Aufbauhypothese in der bisher entwickelten Form richtig ist, kann man aus ihr einige Folgerungen über die Verteilung der Energiequellen im Stern ziehen. Diese Folgerungen sind gleichzeitig wesentlich für die Theorie der Entstehung der schweren Elemente.

Die Anlagerungswahrscheinlichkeit der Protonen wächst exponentiell mit der Temperatur. Somit muß die Zeit, in der ein Reaktionszyklus im Mittel durchlaufen wird, exponentiell mit wachsender Temperatur abnehmen und übrigens umgekehrt proportional zum Quadrat der Dichte der Sternmaterie sein. Die Energieerzeugung pro Zeiteinheit ist umgekehrt proportional zu dieser Durchlaufungszeit, wächst also exponentiell mit der Temperatur und ist proportional zur Anzahl leichter Kerne in dem betrachteten Teil des Sterns. Diese Anzahl erhöht sich ihrerseits während jedes Zyklus ungefähr auf das Doppelte.

Nun muß die Temperatur im Sterninnern aus thermodynamischen Gründen unabhängig vom Modell jedenfalls gegen den Mittelpunkt zunehmen. Daher muß die Energieerzeugung im wesentlichen in der Gegend des Sternmittelpunktes konzentriert sein, und zwar dürfte das „Punktquellenmodell", das die Energiequellen mathematisch exakt im Sternmittelpunkt lokalisiert, im größten Teil des Sterns eine hinreichende Näherung sein. Die astrophysikalischen Untersuchungen haben nun gezeigt, daß dieses Modell zwei für das Folgende sehr wichtige Eigenschaften hat.

Erstens wird infolge des hohen Strahlungsdruckes die Materiedichte in der Umgebung des Sternmittelpunktes außerordentlich klein; sie verschwindet im Mittelpunkt selbst. Dies darf nicht wörtlich genommen werden, da mit verschwindender Materiedichte auch die Energieerzeugung aufhört. Aber es wird sich ein Zustand einstellen, in dem jeweils nur eine sehr kleine Materiemenge in der Umgebung des Mittelpunktes auf der zur Erzeugung der Energie notwendigen Temperatur ist. Diese kleine Menge muß dafür den Zyklus außerordentlich rasch durchlaufen. Da die Sonne ungefähr 10^{56} Protonen enthält, genügt es, wenn die gesamte Materie der Sonne etwa 200 Zyklen durchläuft, um allen Wasserstoff der Sonne in höhere Elemente zu verwandeln, falls anfangs nur ein einziger zusammengesetzter Kern vorhanden war. Daraus folgt, daß bei einem Minimalalter der Sonne von 10^{10} Jahren die mittlere Dauer des Zyklus in der vergangenen Zeit nicht kleiner als etwa $5 \cdot 10^7$ Jahre sein konnte, da die Sonne sonst heute nicht mehr den beobachteten Wasserstoffgehalt zeigen könnte. Die wirkliche Durchlaufungsdauer des Zyklus im Sonnenmittelpunkt wird aber unvergleichlich viel kürzer sein, da nur ein kleiner Bruchteil der Sonnenmaterie an ihm teilnimmt.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Punktquellenmodells ist seine Instabilität gegen Konvektion. Sie tritt stets dann ein, wenn der Temperaturgradient des Strahlungsgleichgewichts, mit dem man im normalen Sternmodell rechnet, den des adiabatischen Gleichgewichts überschreitet; und naturgemäß bedingt die Konzentration der Energiequellen um den Mittelpunkt einen sehr starken Temperaturgradienten. Die Konvektionsströme, die auf Grund dieser Instabilität dauernd fließen, führen zu einer ständigen Durchmischung der Sternmaterie und machen dadurch wohl erst die Stabilität des Energieerzeugungsprozesses möglich. Denn infolge der Vermehrung der Anzahl leichter Kerne beim Durchlaufen des Zyklus muß die Energieerzeugung eines vorgegebenen Materiequantums in der Nähe des Mittelpunktes mit der Zeit rasch anwachsen und würde vermutlich in einer explosionsartigen Katastrophe enden, wenn durch die Konvektion nicht rechtzeitig neue, an leichten Kernen ärmere Materie in die Region hoher Temperaturen gebracht würde.

Da nur dort, wo der Reaktionszyklus abläuft, Neutronen entstehen, wird auch nur dort der Aufbau schwerer Elemente stattfinden. Während der weitaus längsten Zeit wird also ein vorgegebener Kern im Stern seine Zusammensetzung bewahren und nur in einer kurzen Zeitspanne, während deren er sich durch den Zufall der Konvektion in der Mittelpunktsregion aufhält, einen raschen Höheraufbau durchmachen.

5. Umwandlung durch Neutronen.

Eine notwendige Voraussetzung der Theorie des Aufbaus durch Neutronen ist der Nachweis, daß die Neutronen in hinreichender Menge entstehen und zu den Kernen, die sie aufbauen sollen, gelangen.

Neutronen entstehen, wenn die bisherigen Überlegungen Vertrauen verdienen, an solchen Stellen, an denen erstens die Reaktionszyklen der leichten Kerne überhaupt ablaufen, und zweitens die Häufigkeit der leichten Kerne groß genug ist, um die Reaktionswahrscheinlichkeit schwerer Wasserstoffkerne untereinander vergleichbar zu machen mit ihrer Reaktionswahrscheinlichkeit mit Protonen. Die erste Bedingung ist in der Mittelpunktsregion erfüllt. Ob im

Stern genug schwerer Wasserstoff vorhanden sein kann, um die zweite Bedingung zu erfüllen, läßt sich aus den irdischen Häufigkeitsverhältnissen nicht entnehmen, da diese wahrscheinlich durch sekundäre Effekte verfälscht sind (vgl. Abschnitt 6). Sicherer ist die Abschätzung aus der Annahme, daß die Reaktionskette sich im Gleichgewicht befinde und daher das Häufigkeitsverhältnis von schwerem Wasserstoff zu Helium durch das Verhältnis ihrer Lebensdauern innerhalb der Kette gegeben sei. Hierbei müssen die leichteren Kerne wegen ihrer geringen Ladung die selteneren sein; nimmt man für die beiden Prozesse ${}^2_1D + {}^1_1H = {}^3_2He$ und ${}^4_2He + {}^1_1H = {}^5_3Li$ denselben Vorfaktor vor dem Gamowschen Exponentialfaktor an, so ergibt sich bei $2 \cdot 10^7$ Grad ein Häufigkeitsverhältnis $D:He = 10^{-9}$, das sich mit wachsender Temperatur zugunsten von D verschiebt. Setzt man für $H:He$ etwa 1 bis 10 an, so dürfte der im 3. Abschnitt verlangte Minimalwert $D:H = 10^{-5}$ jedenfalls erreicht werden.

Die nächste Frage ist, ob die so erzeugten Neutronen zum Aufbau der schweren Elemente zahlreich genug sind. Nimmt man z. B. in dem Modellprozeß vom Schluß des 3. Abschnittes vereinfachend an, daß die Deuteronen nur miteinander und nie mit Protonen reagieren, während die dabei entstehenden Kerne der Masse 3 durch Protonen weiter zu ${}^4He$ aufgebaut werden, so erhält man auf vier am Zyklus teilnehmende Kerne pro Zyklus ein Neutron. Denn jeder am Zyklus teilnehmende Kern erzeugt pro Zyklus ein Deuteron, je zwei Deuteronen reagieren dann miteinander und erzeugen außer einem Kern der Masse 3 in der Hälfte der Fälle ein Proton und in der Hälfte ein Neutron. Andererseits entsteht pro Zyklus aus jedem am Zyklus teilnehmenden Kern ein neuer, und diesem Zuwachs steht wegen der geringen Zahl der Neutronen nur ein geringer Verlust durch Höheraufbau gegenüber. Daher sollte die Gesamtzahl der in schwerere Kerne eingebauten Neutronen etwa viermal kleiner sein als die Gesamtzahl der Zykluskerne, also im wesentlichen als die Gesamtmenge von Helium. Das mittlere Atomgewicht der Elemente oberhalb von Wasserstoff und Helium im Stern dürfte von der Größenordnung 25 sein; d. h. jeder schwerere Kern hat im Mittel 25 Neutronen eingefangen, und die Gesamtzahl aller schweren Kerne zusammen sollte daher etwa hundertmal geringer sein als die Anzahl der Heliumkerne im Stern. Demnach sollten die Sterne zum überwiegenden Anteil aus einem Gemisch von Wasserstoff und Helium bestehen. Diese Folgerung widerspricht den früheren Ansätzen über die Zusammensetzung der Sterne, ist aber mit den einzigen empirischen Daten, den Zahlen von Miss Payne über die Zusammensetzung der Sternatmosphären, vereinbar.

Schließlich muß festgestellt werden, ob die Neutronen tatsächlich von den zusammengesetzten Kernen eingefangen werden und nicht von den in der Überzahl vorhandenen Protonen. Denn selbst wenn die so entstandenen Deuteronen wieder Neutronen erzeugen, würde doch die Zahl der freien Neutronen durch jeden derartigen Zyklus um den Faktor $^1/_4$ vermindert. Der Wirkungsquerschnitt für die Bildung eines Deuterons aus Neutron und Proton ist für die auf der Erde thermische Energie von etwa $^1/_{30}$ Volt von der Größenordnung 10^{-24} cm², also nicht viel kleiner als die Wirkungsquerschnitte der meisten schwereren Elemente für Neutronenanlagerung. Jedoch erstreckt sich das Energieintervall der im Stern thermischen Neutronen bis 10^4 Volt. In diesem Gebiet liegen für schwerere Kerne bereits mehrere Resonanzniveaus für Neutroneneinfang. Diese Niveaus, von denen nur die tiefstgelegenen bei irdisch-thermischen Energien eine beträchtliche Wirkung ausüben, wirken im Stern zusammen und begünstigen so die schweren Kerne gegenüber Wasserstoff, der nur ein Niveau haben dürfte. Auch ohne auf die Einzelheiten der Theorie des Neutroneneinfanges einzugehen, darf man daher annehmen, daß die schweren Kerne jedenfalls einen beträchtlichen Teil der entstehenden Neutronen abfangen werden.

Damit scheint die Möglichkeit des Aufbaues gesichert. Sein Verlauf hängt von der Energie und der zeitlichen Abfolge der in die Kerne eindringenden Neutronen ab. Für die kinetische Energie der Neutronen dürfen wir die Maxwell-Verteilung der Temperatur ihrer Umgebung ansetzen. Denn bei dem großen Überschuß an Wasserstoff wirkt der Stern auf schnellere Neutronen praktisch wie ein Paraffinblock. Diese Annahme steht nicht im Widerspruch mit der Vernachlässigung der Wirkung des Wasserstoffs für die Einfangung der Neutronen, da selbst für irdisch-thermische Neutronen der Streuquerschnitt von Wasserstoff über hundertmal größer ist als der Einfangquerschnitt. Wir dürfen daher die von den Neutronen mitgebrachten kinetischen Energien vernachlässigen neben ihren Bindungsenergien, und gewinnen damit dieselben Vereinfachungen in der Voraussage der eintretenden Prozesse wie bei der Umwandlung durch Protonen.

Wie bei der Umwandlung durch Protonen erscheint auch hier eine hinreichend rasche Abfolge der Anlagerungen notwendig, damit bei den leichtesten Kernen die Abbauprozesse vermieden werden. Wir haben im vorhergehenden Abschnitt gesehen, daß die Zeit des Aufbaus in der Tat nur einen kleinen Bruchteil der Lebenszeit eines Kerns im Stern ausmacht. Man könnte versuchen, aus den β-Lebensdauern, die auf dem

Aufbauweg liegen, eine obere Schranke für diese Zeit abzuschätzen. Jedoch bieten unsere Kenntnisse über den Verlauf der Reaktionen bei den leichten Kernen hierfür noch keine hinreichende Grundlage. Sicherer ist eine Abschätzung aus der empirischen Häufigkeit von Thorium und Uran. Beim Aufbau über Blei und Wismut hinaus kommt man nämlich zunächst in die Region der außerordentlich kurzlebigen α-Strahler der Ladung 84 (*C'*-Produkte), welche sich in Bruchteilen einer Sekunde in Blei zurückverwandeln. Um durch Neutronenanlagerung *Th* und *U* herzustellen, muß man die Neutronen daher in so rascher Folge einfangen, daß die instabilen Zwischenkerne keine Zeit zum Zerfall finden. Der Aufbau würde sich dann wohl zunächst längs der Wismutisotope ($Z = 83$, *C*-Produkte) vollziehen. Der schwerste aus der natürlichen Radioaktivität bekannte Kern mit $Z = 83$,

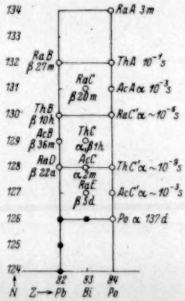


Fig. 3. Aufbauweg oberhalb *Pb*.

● Stabile Kerne.
○ Bekannte labile Kerne. Zerfallstyp und Halbwertszeit sind angegeben. Durch Neutronenanlagerung rückt ein Kern um eine Einheit nach oben, durch β-Zerfall um je eine Einheit nach rechts und unten, durch α-Zerfall um je zwei Einheiten nach links und unten.

RaC, ist β-aktiv mit einer Halbwertszeit von 20 Minuten. Er geht über in *RaC'*, das in etwa 10^{-6} sec zerfällt. Daher muß der Neutroneneinfang dem β-Zerfall von *RaC* noch zuvorkommen. Da die β-Lebensdauern der höheren Wismutisotope sicher noch kürzer sind als die von *RaC*, und da andererseits erst nach der Anlagerung von vier weiteren Neutronen der β-Zerfall zu einem Kern (*RaA*) führt, dessen α-Lebensdauer wenigstens nach Minuten mißt, darf man als mittlere Zeitdauer zwischen zwei Neutronenanlagerungen für diese schwersten Kerne höchstens etwa eine Minute ansetzen. Es sei hervorgehoben, daß diese Geschwindigkeit des Aufbaues nicht eine seltene Ausnahme sein kann, da Uran und Thorium nicht sehr viel seltener sind als Blei. Andererseits werden wir unten sehen, daß man den leichteren Kernen wahrscheinlich längere Lebensdauern zuschreiben muß als diesen schwersten.

Von der Entstehung der schwereren Elemente machen wir uns nunmehr folgendes Bild: Der Elementaufbau geht aus von gewissen leichten Kernen, welche die schwerste am Reaktionszyklus der leichten Kerne beteiligte Kernsorte darstellen (im Modellprozeß also ^5He), und deren Anzahl daher so lange exponentiell mit der Zeit anwächst, bis die Konvektion die betrachtete Gasmasse wieder aus der Mittelpunktsregion entführt. Die an ihre Stelle tretende Materie durchläuft die Aufbaureaktionen von neuem. Die heutige Elementverteilung ist das Ergebnis sehr vieler derartiger Prozesse. Der Aufbau vollzieht sich durch die Anlagerung von Neutronen, welche evtl. von der unmittelbaren Emission eines α-Teilchens oder von der späteren Emission eines β-Elektrons gefolgt ist. Die Zahl der pro Zeiteinheit erzeugten Neutronen ist selbst proportional zur Zahl der jeweils vorhandenen leichten Ausgangskerne und nimmt daher exponentiell mit der Zeit zu. Wenn der Prozeß lange genug im Gang ist, wird dann auch die Zahl der schweren Kerne jeder Sorte exponentiell mit der Zeit anwachsen. Daher ist die Zahl der Neutronen, die einen Kern in der Zeiteinheit trifft, im stationären Betrieb unabhängig von der Absolutzahl der Neutronen, immer natürlich unter der Voraussetzung, daß sich die Temperatur während einer Durchlaufung des Zyklus nicht wesentlich ändert. Um die Häufigkeitsverteilung der Elemente zu bestimmen, die sich hierbei ergibt, ist die Kenntnis von vier Faktoren notwendig, von denen zwei Eigenschaften des neutronenerzeugenden Prozesses, zwei Eigenschaften der aufzubauenden Kerne selbst sind. Diese Faktoren sind:

1. Die Anzahl der Neutronen, die einen Kern in der Zeiteinheit treffen. Sie ist bestimmt erstens durch die pro Zeiteinheit erzeugte Neutronenzahl, zweitens durch die Anzahl vorhandener Kerne, welche ihrerseits eine Funktion aller vier Faktoren ist. Sie reguliert durch die Konkurrenz des Aufbaues mit dem β-Zerfall (Faktor 3) den Verlauf, den der Aufbau nimmt.
2. Die Zeitdauer der Neutronenbeschießung. Sie wird durch die Konvektionsströme geregelt. Sie reguliert die Gesamtzahl der in einem einheitlichen Akt entstehenden schweren Elemente und kann dem durch den Aufbau erreichbaren Atomgewicht eine obere Grenze setzen. Zu bemerken ist, daß die Beschießung vermutlich nicht plötzlich abbricht, sondern

allmählich, wenn auch rasch von der höchsten Intensität auf Null abnimmt.

3. Die Art des eintretenden Prozesses. Sie hängt, wie es im 2. Abschnitt geschildert wurde, von der Zusammensetzung des getroffenen Kerns ab. Sie hat nicht so sehr auf die Art der letztlich entstehenden Kerne wie auf ihre Menge Einfluß. Denn im allgemeinen gehört zu einer bestimmten Massenzahl nur ein stabiler Kern. Gäbe es nur reine Einfangprozesse, so wäre also der Endzustand eines Kerns nach Abschluß der Neutronenbeschießung eindeutig durch die Zahl der von ihm im ganzen eingefangenen Neutronen gegeben. Die Emission eines α-Teilchens nach der Anlagerung bewirkt dagegen, daß ein Kern dieselbe Massenzahl mehrmals durchläuft, und daher, daß die Häufigkeit der Kerne dieser Masse um einen Faktor vergrößert wird, der die Anzahl von α-Zerfällen angibt, die an der kritischen Stelle auf einen Höheraufbau kommen. Auch die β-Zerfallswahrscheinlichkeiten haben Einfluß auf die Häufigkeit der entstehenden Kerne, da der Wirkungsquerschnitt des Kerns für Neutroneneinfang sich beim β-Zerfall beträchtlich ändern kann (vgl. 4).

4. Der Wirkungsquerschnitt des betrachteten Kerns für Neutroneneinfang. Er wird bei schweren Kernen direkt proportional sein zur „Niveaudichte", d. h. zur Anzahl von Resonanzniveaus für Neutroneneinfang, die im Energieintervall der Maxwell-Verteilung der stellaren Neutronen liegen; bei leichteren Kernen, bei denen diese Anzahl mit 1 vergleichbar wird, muß er unregelmäßige Schwankungen zeigen. Sein Einfluß ist doppelter Natur. Erstens bestimmt er die Lebensdauer und damit die Häufigkeit eines Kerns. Zweitens bestimmt das Häufigkeitsverhältnis der leichten Ausgangskerne und der schwereren Kerne, das vom Verhältnis ihrer Wirkungsquerschnitte abhängt, die Anzahl von Neutronen, die pro Zyklus auf jeden schweren Kern entfallen. Damit ist erstens die unter 1. genannte Trefferzahl pro Zeiteinheit bestimmt, wenn die Ablaufgeschwindigkeit des Zyklus gegeben ist, und zweitens ist angegeben, wie weit sich eine anfangs gegebene Häufigkeitsverteilung während eines Zyklus nach der Seite höherer Atomgewichte verschiebt, was wiederum die Gestalt der Häufigkeitsverteilung mitbestimmt.

6. Der Aufbau der schwereren Elemente.

Im Anschluß an die obigen Betrachtungen besprechen wir qualitativ einige hervorstechende Züge der empirischen Häufigkeitsverteilung der Elemente.

Im großen zeigt die empirische Verteilung ein gleichförmiges und stetiges Seltenerwerden der Elemente mit wachsendem Atomgewicht. Es gibt eine Reihe von Ursachen, die diese Wirkung hervorbringen können, und daher ist die Bestimmung der richtigen oder wichtigsten Ursache nicht leicht. Einander ähnliche Wirkungen lösen aus:

a) Kurze Zeitdauer der gesamten Neutronenbeschießung.
b) Rasches Anwachsen der Anzahl leichter Ausgangskerne während des Aufbaues.
c) Die Zunahme der Niveaudichte im vorgegebenen Energieintervall mit dem Atomgewicht.

Indizien für die Auswahl des richtigen bestimmenden Faktors kann die Form der Häufigkeitskurve geben. Sie verläuft für große Z nach V. M. Goldschmidt[1]) etwa wie Z^{-8}; die Abnahme der Häufigkeit ist also sehr ausgeprägt, aber schwächer als exponentiell. Dieses Verhalten scheint nicht unvereinbar mit der Annahme, daß der Faktor c), der die Abhängigkeit der Verweilzeit eines Kerns zwischen zwei Anlagerungen vom Atomgewicht regelt, allein bestimmend sei. Denn nach den bisherigen Erfahrungen im Laboratorium nimmt die Niveaudichte bis ins Gebiet der seltenen Erden stark zu, um dann etwa konstant zu bleiben oder eher wieder abzunehmen; und dieses Verhalten ist mit dem aus jeder theoretischen Abschätzung folgenden exponentiellen Zusammenhang zwischen der Niveaudichte einerseits und dem Produkt aus Atomgewicht und Massendefekt des gebildeten Kerns andererseits im Einklang[2]). Jedoch müssen die beiden ersten Einflüsse außerdem wirksam gewesen sein, wenigstens indem sie verhinderten, daß sich Kerne beliebig hohen Atomgewichts bildeten bzw. daß die schwersten stabilen und quasistabilen Elemente *Pb*, *Bi*, *Th*, *U* als Endstationen des Aufbaues abnorm häufig wurden. Es ist daher nützlich, auch den Grenzfall zu betrachten, in dem von der Wirkung der veränderlichen Niveaudichte ganz abgesehen und der gesamte Abfall einem der beiden andern Faktoren zugeschrieben wird.

Ist die mittlere Zeitdauer zwischen zwei Neutroneneinfängen t, die gesamte Zeitdauer der Beschießung $T = Xt$, so werden Kerne vom Atomgewicht X noch in normaler Menge gebildet. Oberhalb dieses Atomgewichts nimmt dagegen die Häufigkeit der Kerne nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr rasch, stärker als exponentiell ab. Daher kann der empirische Abfall nicht mit einer einheitlichen Zeitdauer T erklärt

1) V. M. Goldschmidt, Naturw. **18**, 999, 1930.
2) Vgl. H. A. Bethe, Phys. Rev. **50**, 232, 1936.

werden. Durch eine geeignete Überlagerung solcher Verteilungskurven, die etwa die Streuung der Werte von T auf Grund der Zufälligkeiten der Konvektion darstellen soll, läßt sich natürlich jede monoton abfallende Verteilung wiedergeben. Jedoch werden wir sofort zeigen, daß sogar eine Zeitdauer der Beschießung angenommen werden darf, die sehr lang ist gegen die zum Aufbau der schwersten Kerne notwendige Zeit 250 t.

Aus dem im vorangegangenen Abschnitt unter 4. genannten Grunde muß die zeitliche Zunahme der Häufigkeit der den Zyklus durchlaufenden leichtesten Kerne ihr Abbild finden in einer Häufigkeitszunahme der schwereren Kerne nach der Seite geringerer Atomgewichte hin: die schwersten Kerne müssen schon deshalb seltener sein, weil ihr Aufbau zu einer Zeit begann, zu der die Ausgangskerne noch seltener waren. Da die Ausgangskerne sich exponentiell mit der Zeit vermehren, ergibt sich schon hieraus eine exponentielle Abnahme der Elementhäufigkeit mit dem Atomgewicht. Schreibt man den gesamten Abfall dieser Ursache zu, so folgt, daß ein schwererer Kern während eines Zyklus im Mittel etwa 20 Neutronen einfängt. Da die anderen Ursachen in derselben Richtung wirken, ist diese Zahl eine untere Grenze.

Eine zweite generelle Eigenschaft der empirischen Häufigkeitsverteilung ist die Harkinssche Regel, nach welcher Elemente gerader Ordnungszahl an Häufigkeit überwiegen. Sie wird zum größten Teil durch die größere Isotopenzahl gerader Elemente, also letzten Endes durch die Instabilität der Kerne gerader Masse und ungerader Ladung erklärt. Jedoch bleibt, auch wenn man die Isotope getrennt betrachtet, eine Auszeichnung der Kerne gerader Masse übrig, die allerdings bei leichten Elementen gelegentlich durch die dort oft vorkommenden starken Schwankungen der Häufigkeitskurve überdeckt wird, bei schweren Elementen zwar regelmäßiger, aber sehr klein wird.

Nun wächst die Niveaudichte sehr stark mit dem Massendefekt des beim Neutroneneinfang gebildeten Kerns. Daher muß in der Tat die Lebensdauer der ungeraden Kerne, aus denen ein gerader und daher stärker gebundener Kern entsteht, geringer sein als die der geraden. Nach der Formel von Bethe sollten die geraden Kerne wenigstens 10–100mal häufiger sein als die ungeraden. Empirisch ist der Unterschied (außer für einige Ausnahmefälle wie ${}^{16}_{8}O$, ${}^{40}_{20}Ca$, ${}^{56}_{26}Fe$ bei den leichten Kernen) wesentlich kleiner. Nun sind theoretisch gar nicht die Kerne gerader Masse, sondern die Kerne gerader Neutronenzahl ausgezeichnet; beides ist nur identisch, wenn sich der Aufbau bei Kernen gerader Ladung vollzieht. Diese werden in der Tat wegen ihrer größeren Stabilität gegen β-Zerfall unter den instabilen Kernen, die während des Aufbauprozesses allein vorhanden sind und erst nachträglich in die uns bekannten stabilen Kerne übergehen, überwiegen. Damit erklärt sich die heute beobachtete Auszeichnung gerader Massen als die Differenz zweier entgegenwirkender Effekte. Es ist schwer, diese Vorstellung quantitativ zu bestätigen; jedenfalls zeigt sie, wie verfehlt es wäre, aus der empirischen Häufigkeit eines Kerns direkte Schlüsse auf seine Stabilität zu ziehen.

An hervorstechenden Einzelheiten zeigt die empirische Häufigkeitsverteilung zunächst die auffallende Seltenheit der Elemente unterhalb Sauerstoff. Sie wurde schon von Atkinson durch die leichte Zertrümmerbarkeit dieser Kerne durch Protonen erklärt. Der Prozeß muß vor allem in der weiteren Umgebung des Sternmittelpunktes eine Rolle spielen, in der die Neutronen den Protonen nicht wie in der innersten Region beim Eindringen zuvorkommen, und die Temperaturen doch hoch genug sind, um in Millionen von Jahren einmal eine Kernreaktion ablaufen zu lassen. So dürfte die Seltenheit der leichten Elemente ein sekundärer Effekt sein, die Wirkung einer Zerstörung des temperaturempfindlichsten Teils der primären Verteilungskurve.

Etwa bis Eisen reicht das Gebiet der starken Schwankungen der Häufigkeit von Element zu Element. Sie dürften teilweise durch die Zufälligkeiten in der Lage der noch nicht sehr dichten Resonanzniveaus, teilweise vielleicht auch durch α-Emissionen zu erklären sein. Schwerverständlich erscheint die außerordentliche Häufigkeit des Kerns ${}^{40}_{20}Ca$ und vor allem der gesamten Eisengruppe. Da im letzteren Fall eine ganze Reihe benachbarter Kerne übernormal häufig ist, liegt der Gedanke eines Zyklus mit Erzeugung eines α-Teilchens nahe. Jedoch ist die Auslösung von α-Teilchen durch langsame Neutronen bisher nicht oberhalb von ${}^{10}_{5}B$ empirisch nachgewiesen und daher ihre Annahme für Eisen sehr gewagt.

Unter den höheren Elementen, bei denen die Häufigkeitskurve glatter wird, bieten eine eigentümliche Schwierigkeit die Isobarenpaare. In 35 Fällen finden sich in der Natur gleichzeitig

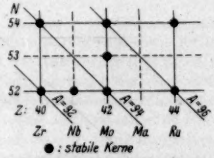


Fig. 4. Isobarenpaare. ${}^{94}_{40}Zr$ und ${}^{96}_{42}Mo$ stellen Typ 1 dar, da ${}^{97}_{40}Zr$ instabil ist; ${}^{98}_{42}Mo$ und ${}^{98}_{44}Ru$ Typ 2, da ${}^{95}_{42}Mo$ stabil ist.

zwei Kerne gleicher Masse und um zwei Einheiten verschiedener Ladung. Man kann sie in zwei Typen einteilen, je nachdem ob das um eine Einheit leichtere Isotop des Isobars kleinerer Ladung β-labil oder stabil ist. Im Typ 1 ist die Entstehung beider Isobare leicht verständlich. Durch Anlagerung eines Neutrons an $^{92}_{40}Zr$ (Fig. 3) entsteht das β-labile $^{93}_{40}Zr$. Geschieht die zweite Anlagerung rasch genug, so entsteht $^{94}_{40}Zr$, andernfalls bildet sich durch den β-Zerfall $^{93}_{41}Nb$ und dann durch die nächste Anlagerung $^{94}_{41}Nb$, was in $^{94}_{42}Mo$ β-zerfallen kann. Dagegen steht beim Typ 2 nach der Bildung von $^{95}_{42}Mo$ aus $^{94}_{42}Mo$ nur der eine Weg nach $^{96}_{42}Mo$ offen; $^{96}_{44}Ru$ sollte daher gar nicht entstehen. Tatsächlich gibt es aber auf 21 Fälle vom ersten Typ 14 vom zweiten. Jedoch erweist sich das „verbotene" Isobar stets als das seltenere. Setzt man zur ersten Orientierung die Gesamthäufigkeiten der beiden (ja stets nahe benachbarten) Elemente als gleich an, so daß als Häufigkeit eines Isobars einfach seine relative Häufigkeit in seiner Isotopenreihe gilt, so ergeben sich die Tabellen II und III. In ihnen enthält die erste

Tabelle II.
Typ 1.

A	H_1	H_2	H_1/H_2
40	99,62	93,4	1
70	0,4	21,2	0,02
76	6,5	9,5	0,7
80	48,0	2,45	20
82	9,3	11,8	0,8
86	16,7	10	1,7
94	17	10	1,7
96	1,5	17,8	0,08
100	9,8	14	0,7
104	17	~ 20	1
108	~ 20	1	20
110	~ 5	15,2	0,3
114	23,7	0,74	32
116	5,9	14,19	0,4
128	32,8	2,30	14
130	33,1	4,18	8
136	8,8	8,9	1
142	11	36	0,3
176	12	5	2,4
186	29,9	1	30
192	42,5	~ 1	40

Spalte die Masse der Isobare, die zweite die prozentuale Häufigkeit des Isobars geringerer Ladung (in unseren Beispielen also die von $^{94}_{40}Zr$ bzw. $^{96}_{42}Mo$), die dritte die des im Typ 2 verbotenen Isobars höherer Ladung, die vierte das Verhältnis dieser beiden Zahlen. Beim Typ 1 sind in der Tat beide Isobare ungefähr gleich häufig bevorzugt. Beim Typ 2 ist dagegen stets das erlaubte Isobar das häufigere (bis auf den ohnehin anomalen Fall der Masse 54, bei der das verbotene Isobar ein Eisenisotop ist, das vielleicht an einem α-Zyklus teilnimmt); die bekannte Tatsache, daß die leichtesten Isotope vieler Elemente abnorm selten sind, erscheint als weitgehend identisch mit unserer Regel.

Wenn somit das allgemeine Bild von der Entstehung der Isobare in dieser Häufigkeitsregel eine gewisse Stütze findet, so bleibt doch die Aufgabe, zu erklären, wie das verbotene Isobar sich überhaupt bilden kann. Vielleicht läßt sich die Schwierigkeit mit einer anderen verknüpfen, die beim β-Zerfall unlängst hervorgetreten ist. Man scheint bei manchen Kernen angeregte Zustände von makroskopischer Lebensdauer annehmen zu müssen, die sich hinsichtlich ihrer β-Zerfallskonstante vom Grundzustand unterscheiden[1]. Man könnte nun annehmen, daß entweder $^{95}_{42}Mo$ oder $^{96}_{42}Mo$ einen derartigen metastabilen Zustand besitzt, und daß der Grundkern zwar schon stabil, der angeregte Zustand aber β-labil ist und in $^{95}_{43}Ma$ bzw. $^{98}_{43}Ma$ übergeht. Durch die analoge Hypothese kann man auch in den andern Fällen die Abzweigung einer Nebenlinie zu dem verbotenen Isobar verständlich machen, deren Wahrscheinlichkeit jeweils

Tabelle III.
Typ 2.

A	H_1	H_2	H_1/H_2
50	6,9	4,9	1,4
54	3,1	6,5	0,5
74	37,1	0,9	40
78	24,0	0,42	57
92	22	14,2	1,6
96	17,8	5	3,5
102	30	~ 1	30
106	~ 20	1,5	13
112	21,8	1,07	21
122	5,03	2,9	1,7
124	4,5	0,08	60
126	19,0	0,08	240
144	30	3	10
196	24	0,1	240

von der Wahrscheinlichkeit der Bildung des angeregten Zustandes beim Neutroneneinfang abhängt.

Bemerkenswert ist schließlich, daß Blei empirisch wesentlich häufiger ist als eine große Anzahl leichterer Elemente. Das ist verständlich, da es als Endprodukt der radioaktiven Reihen auch die ursprünglich höher aufgebauten und wieder zerfallenen Kerne enthält. Setzt man den Abfall (nach der Annahme b) rein exponentiell ohne Abschneiden bei einem bestimmten Atomgewicht an, so umfaßt Blei das Integral über die Verteilung von $Z = 82$ an aufwärts (bis auf die geringere Menge der in *Bi*, *Th* und *U*

1) Vgl. C. F. v. Weizsäcker, Naturw. **24**, 813, 1936.

hängengebliebenen Kerne). Dann muß das Verhältnis der Häufigkeit von Blei zu der mittleren Häufigkeit eines Elements seiner Gegend direkt gleich der Abfallskonstante der Verteilung sein, d. h. gleich der Zahl von Neutronen, die ein schwerer Kern im Mittel während eines Zyklus aufnimmt. Da Blei nicht mehr als 100mal häufiger ist als das Mittel seiner Nachbarn, erhält man als obere Schranke für diese Zahl, für die wir vorhin die untere Schranke 20 bestimmt haben, den Wert 100.

7. Allgemeinere astrophysikalische Fragen.

In der Astrophysik sind die Konsequenzen der Aufbauhypothese seit längerer Zeit erörtert worden. Im folgenden sollen ohne Anspruch auf Neuheit oder Zwangsläufigkeit der Ergebnisse einige Punkte zusammengestellt werden, an denen die oben entwickelten Vorstellungen vermutlich eine präzisere Fassung dieser Konsequenzen ermöglichen werden.

Nach der Aufbauhypothese ist die Energieerzeugung durch die thermodynamischen und chemischen Bestimmungsstücke der Sternmaterie festgelegt. Daher muß der physikalische Zustand eines Sterns im Strahlungsgleichgewicht, bis auf eventuelle Mehrdeutigkeiten der Lösung des Randwertproblems, bestimmt sein durch seine Masse und seine chemische Zusammensetzung. Da ferner die gesamte chemische Zusammensetzung durch einen einheitlichen Prozeß geregelt wird, muß es möglich sein, sie durch einen einzigen Parameter, etwa den Wasserstoffgehalt des Sterns darzustellen. Die physikalischen Eigenschaften eines Sterns müßten dann durch die zwei Parameter Masse und Wasserstoffgehalt vollständig bestimmt sein. Eben diesen Schluß hat nun in der Tat Strömgren aus seinen auf dem empirischen Material beruhenden Untersuchungen über den Wasserstoffgehalt der Sterne gezogen.

Notwendig für die astrophysikalische Brauchbarkeit der Aufbauhypothese ist der Nachweis der Stabilität des aus ihr folgenden Sternmodells. Dieser Nachweis läßt sich nur durch quantitative Untersuchungen führen. Immerhin sei auf den folgenden Umstand hingewiesen: Bei zu starker Temperaturabhängigkeit der Energieerzeugung besteht die von Eddington als Überstabilität bezeichnete Gefahr des Aufschaukelns kleiner Pulsationen des Sternes. Sie beruht darauf, daß die bei einer kleinen Kontraktion und der entsprechenden Temperaturerhöhung erzeugte Wärmemenge zu groß ist und den Stern weiter über die Ruhelage hinaus zur Ausdehnung treibt als er vorher zusammengezogen war, worauf sich das Spiel mit umgekehrtem Vorzeichen wiederholt. Ein Modell mit exponentieller Temperaturabhängigkeit der Energieerzeugung dürfte jedenfalls überstabil sein. Wenn jedoch die Energieerzeugung nach der Temperaturerhöhung nicht momentan, sondern verspätet erfolgt, so kann es, wie Eddington bemerkt hat, geschehen, daß sie sich über alle Phasen der Pulsation gleichförmig verteilt und daher keine aufschaukelnde Wirkung hat. In diesem Fall können also Pulsationen, deren Periode nicht größer ist als die Zeitdauer der Verzögerung, frei von Überstabilität sein. Nun sind in die Reaktionszyklen der leichten Kerne stets β-Zerfälle eingeschoben, deren Lebensdauer durch die Temperatur nicht beeinflußt werden kann. Z. B. folgt im Modellprozeß von 3. der Bildung von ^5Li zunächst der β-Zerfall in ^5He, und erst danach kann sich das Deuteron bilden; dessen Aufbau zu einem neuen α-Teilchen die wichtigste Energiequelle ist. Man müßte danach annehmen, daß Sterne, deren Schwingungsperiode wesentlich länger ist als die betreffende charakteristische β-Periode, nicht auf die Dauer existenzfähig wären. Material zur Prüfung dieser Vorstellung bieten die tatsächlich pulsierenden Sterne, die δ-Cephei-Veränderlichen.

Für die Cepheiden ist charakteristisch das empirische Gesetz der eindeutigen Beziehung zwischen Leuchtkraft und Pulsationsperiode. Man braucht also nur einen Parameter des Sterns (im wesentlichen die Masse) zu kennen, um die Periode zu bestimmen. Da die völlige Unabhängigkeit der Periode vom zweiten Parameter unwahrscheinlich ist, liegt die Vermutung nahe, daß er einen bestimmten Wert annehmen muß, damit die Pulsationen überhaupt auftreten. Demnach wäre eine bestimmte (evtl. von der Masse abhängige) chemische Zusammensetzung Vorbedingung für die Fähigkeit zur Pulsation; dem entspricht es, daß die Cepheiden im Russell-Diagramm auf einer Linie liegen. Unabhängig von diesen Spekulationen lehrt die Erfahrung, daß es eine obere Grenze der Cepheidenpulsationen gibt, die in der Gegend von 45 Tagen liegt. Das kann sehr wohl die Größenordnung der Zerfallsperiode eines energiearmen β-Strahlers (wie im Modell ^5Li) sein. Darüber hinaus ist es interessant, daß die Cepheiden zu den absolut hellsten und somit schwersten Sternen gehören, daß ferner die Periode mit der Leuchtkraft und daher mit der Masse wächst und man den langperiodischen Cepheiden daher vielleicht die größten normalerweise vorkommenden Sternmassen zuschreiben darf. Dann würde das Fehlen schwererer Sterne eine physikalische Ursache in der Instabilität ihrer zu langperiodischen Pulsationen finden.

Im Anschluß an die älteren Fassungen der Aufbauhypothese kann man nun als Versuch das folgende Bild von der Sternentwicklung entwerfen. Ein reiner Wasserstoffstern muß sich zunächst nach der Kelvinschen Zeitskala zusammenziehen, bis seine Temperatur zur Auslösung von Kernreaktionen ausreicht. Wenn er aus absolut reinem Wasserstoff bestand, muß dazu wohl abgewartet werden, daß einmal ein Proton und ein Elektron sich unter dem Einfluß der Temperatur in ein Neutron verwandeln; da nach den heute angenommenen Massenwerten dazu eine Energiezufuhr von einer Million Volt nötig ist, wird man Temperaturen in der Nähe von 10^8Grad brauchen. Wenn einmal irgendein zusammengesetzter Ausgangskern vorhanden ist, so vollzieht sich das Anwachsen der Anzahl zusammengesetzter Kerne sehr schnell. Jeder durchlaufene Zyklus verdoppelt ihre Zahl; außerdem wächst die Durchlaufungsgeschwindigkeit des Zyklus exponentiell mit der Temperatur und diese, infolge der weitergehenden Kontraktion, mit einer Potenz der Zeit; die Anzahl zusammengesetzter Kerne wird daher ungefähr wie $e^{(t^n)}$ wachsen. Wenn die subatomare Energieerzeugung die Deckung der Ausstrahlung übernommen hat, wird sie daher alsbald zu stark sein und den Stern zu einer unter Umständen explosionsartigen Expansion zwingen. Erst wenn diese Periode vorüber und das Gleichgewicht zwischen Ausstrahlung und Energieerzeugung eingestellt ist, beginnt der Zustand des Sterns, der uns durch Beobachtung oder zuverlässige Rückschlüsse aus Beobachtungen bekannt ist.

Der Stern wird sich von diesem Zeitpunkt an wahrscheinlich langsam ausdehnen. Denn da sich die Zahl der am Zyklus teilnehmenden Kerne ständig vermehrt, muß entweder der Zyklus verlangsamt oder die Ausstrahlung gesteigert werden. Nun hängt die Ausstrahlung weniger empfindlich von der Temperatur ab als die Energieerzeugung und wird daher vermutlich nahezu konstant bleiben, während eine langsame Expansion die Temperatur im Mittelpunkt stets so hält, daß auch die Energieerzeugung konstant bleibt. Dem entspricht die empirische Feststellung von Strömgren, daß mit abnehmendem Wasserstoffgehalt der Radius der Sterne wächst. Da bei konstanter Energieerzeugung die Zahl der am Zyklus teilnehmenden Kerne linear mit der Zeit wächst, muß auch die Durchlaufungsdauer des Zyklus ungefähr linear mit der Zeit zunehmen. Erst wenn ein Stern seinen Wasserstoff aufgebraucht hat, wird die gleichförmige Ausdehnung unterbrochen; vielleicht geht der Stern dann in eine stärker komprimierte Phase über.

8. Zusammenfassung.

1. Die Temperaturen im Sterninnern genügen zur Auslösung von Kernreaktionen, bei denen Wasserstoff zu höheren Elementen aufgebaut wird. Es wird die „Aufbauhypothese" formuliert, nach der diese Reaktionen der einzige Ursprung zusammengesetzter Kerne und die einzige Energiequelle der Sterne sind. Die Energieerzeugung genügt, um die Ausstrahlung der Sonne in 10^{11} Jahren zu decken. Für die Hypothese spricht, daß die Sterne heute noch zum großen Teil aus Wasserstoff bestehen. Die Entstehung der leichtesten Elemente ist direkt möglich. Die schwereren Elemente können durch Neutronen erzeugt werden. Daher wird eine mit der Entstehung der leichten Kerne verbundene neutronenliefernde Reaktion postuliert.
2. Alle merklich häufigen Reaktionen werden durch Wasserstoff thermischer Energie ausgelöst. Es kommen Aufbau- und Abbaureaktionen vor, deren Auftreten durch ein energetisches Kriterium geregelt ist. Es gibt keinen Aufbauweg, der die Abbauprozesse umgeht; daher bewirkt die Protonenanlagerung keinen Höheraufbau, sondern eine Vermehrung der Anzahl leichter Kerne. Neutronen können durch Reaktionen schwerer Wasserstoffisotope untereinander erzeugt werden.
3. Der genaue Verlauf der Reaktionen hängt von den bisher nicht bekannten Eigenschaften der Kerne der Massenzahl 5 ab. In allen Fällen ergeben sich Reaktionszyklen, bei denen α-Teilchen die Entstehung gewisser anderer leichter Kerne katalysieren. Ein Modellprozeß, der die Eigenschaften dieser Zyklen in einfachster Weise vereinigt, ist:

$$1.\ {}^4_2He + {}^1_1H = {}^5_3Li;$$
$$2.\ {}^5_3Li\beta^+ \rightarrow {}^5_2He;$$
$$3.\ {}^5_2He + {}^1_1H = {}^4_2He + {}^2_1D.$$

Die Deuteronen können durch den Prozeß ${}^2_1D + {}^2_1D = {}^3_2He + {}^1_0n$ Neutronen erzeugen; jedenfalls werden sie zu neuen α-Teilchen aufgebaut, die nun ebenfalls am Zyklus teilnehmen.
4. Wegen des Gamowfaktors spielen sich die Reaktionen nur in der Gegend hoher Temperatur, also in der Nähe des Sternmittelpunktes ab. Infolge des hohen Strahlungsdruckes stellt sich in dieser Region eine geringe Materiedichte ein. Daher nimmt stets nur ein geringer Bruchteil der Sternmaterie an der Energieerzeugung teil und durchläuft dafür den Zyklus sehr rasch. Konvektionsströme bewirken die Zufuhr immer neuer unverbrauchter Materie in die Mittelpunktsregion.

5. Die Neutronenerzeugung kann zum Aufbau der schweren Elemente hinreichen, wenn alle schweren Kerne zusammen etwa 100 mal seltener sind als Helium. Die zeitliche Abfolge der Neutronenanlagerungen muß sehr rasch sein; daraus, daß *Th* und *U* über kurzlebige Zwischenprodukte hinweg entstanden sind, folgt eine mittlere Lebensdauer eines schweren Kerns zwischen zwei Einfängen von höchstens einer Minute. Die Bedingungen des Aufbaues werden im einzelnen untersucht.
6. Folgende Einzelheiten der empirischen Häufigkeitsverteilung werden besprochen: die Abnahme der Häufigkeit mit wachsendem Atomgewicht, die Auszeichnung gerader Teilchenzahlen, die Seltenheit der leichten Elemente unterhalb *O*, die Häufigkeit von Eisen, die Isobarenpaare, die Häufigkeit von Blei.
7. Der Zustand eines Sterns sollte durch Masse und Wasserstoffgehalt bestimmt sein. Die Stabilität gegen Pulsationen wird auf die Verzögerung der Energieerzeugung infolge der eingeschobenen β-Zerfälle zurückgeführt. Daraus sollte eine obere Grenze der möglichen Pulsationsperioden folgen, im Einklang mit den Erfahrungen an Cepheiden. Diese Grenze bestimmt vielleicht gleichzeitig die obere Grenze der Sternmassen. Der hypothetische Entwicklungsgang eines normalen Sterns wird skizziert.

Berlin-Dahlem, Kaiser Wilhelm-Institut für Physik, 22. Januar 1937.

(Eingegangen 23. Januar 1937.)

Brechungsexponent des schweren Ammoniaks und des schweren Chlorwasserstoffs im sichtbaren Gebiet[1].

Von O. E. Frivold, O. Hassel und S. Rustad.

Einleitung.

Die interferometrische Bestimmung des Brechungsexponenten von ND_3 und DCl bzw. NH_3 und HCl wurde im wesentlichen mit Hilfe derselben Apparatur durchgeführt, die im Falle des D_2Se verwendet wurde[2]). Das Meßrohr aus Messing wurde gegen ein Rohr aus Quarz ausgetauscht, als Lichtquelle dienten Natriumlampe, Quecksilberbogenlampe und eine mit Wasserstoff gefüllte Geißlersche Röhre, in allen Fällen mit Zwischenschaltung eines Winkel-Zeißschen Monochromators. Die benutzten Spektrallinien waren H_α, die *D*-Linien und die drei Quecksilberlinien bei 5460,8, 4916 und 4568,3 Å.

Die effektive Länge des Quarzrohres wurde zu 50,070 ± 0,002 cm bestimmt; die Wirkung der in Frage kommenden Temperaturänderungen kann unberücksichtigt bleiben. Die Eichung des Manometers und des zur Messung der Badtemperatur verwendeten Thermometers wurde in der in der vorigen Mitteilung erwähnten Weise durchgeführt.

Ehe die eigentlichen Messungen angefangen wurden, haben wir Kontrollmessungen an trockner Luft ausgeführt, und zwar sowohl mit der alten wie mit der neuen Versuchsanordnung. Die Übereinstimmung der mit den beiden Apparaturen erhaltenen Messungen war besonders zufriedenstellend, insofern als für keine Wellenlänge der Unterschied der $10^6(n_0 - 1)$-Werte 0,05 überstieg.

Darstellung und Messung des Brechungsexponenten von NH_3 und ND_3.

Diese Verbindungen wurden zunächst aus Magnesiumnitrid „pro analysi" von Kahlbaum und Wasser bzw. 99 Proz. Deuteriumoxyd von „Norsk Hydro-Elektrisk Kvælstofaktieselskab" dargestellt, indem das Magnesiumnitrid immer im Überschuß vorhanden war. Nachdem das Mg_3N_2 in dem Entwicklungskolben *A* (Fig. 1) eingeführt war, wurde das ganze System längere Zeit evakuiert, dann die Hähne *H* und *M* geschlossen und Wasser (bzw. D_2O) durch das Nadelventil *D* langsam zugetropft. Das Gas strömte durch die mit Eis und Kochsalz auf — 21° gekühlte Falle *E* und wurde in der Falle *G* kondensiert, die durch Azeton und feste Kohlensäure auf etwa — 75° gekühlt war. Nachdem die erwünschte Menge in *G* kondensiert war, wurde *F* geschlossen und das Kühlbad *G* entfernt. Sobald das Manometer *I* einen Druck von etwa einer Atmosphäre zeigte, wurde *M* geöffnet und die erste leichtflüchtige Fraktion abgepumpt. Nach Schließen des Hahnes *M* und Öffnen von *H* konnte die mittlere Fraktion in die Vorratsbehälter N_1–N_3 überführt werden. In einigen Versuchen befand sich in *K* ein Trockenmittel, jedoch ohne daß eine Wirkung dieses Trockenmittels auf die Meßergebnisse beobachtet werden konnte.

In einigen späteren Versuchen wurde NH_3 zur Kontrolle aus NH_4Cl und $Ca(OH)_2$ dargestellt. Sowohl das NH_4Cl wie das *CaO* waren p.-a.-Präparate von Kahlbaum; das aus *CaO* bereitete $Ca(OH)_2$ wurde einige Stunden bei 150°

1) Eine vorläufige Mitteilung über die Messungen an ND_3 und NH_3 findet sich in Nature **138**, 330, 1936.

2) O. E. Frivold, O. Hassel und T. Skjulstad, Physik. Zeitschr. **37**, 134, 1936.

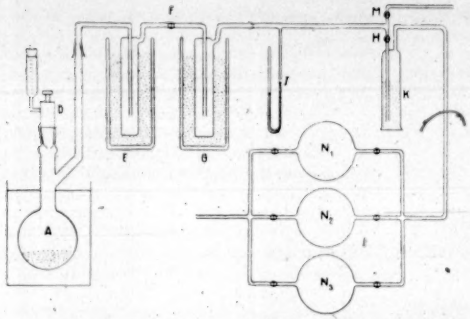


Fig. 1.

getrocknet. Da eine Mischung von NH_4Cl und $Ca(OH)_2$ schon bei Zimmertemperatur reichlich NH_3 entwickelt, konnte der Entwicklungskolben nach Einfüllen der Mischung nicht auf Hochvakuum evakuiert werden, sondern man mußte mit dem Erreichen eines Druckes von etwa 5–10 mm Hg zufrieden sein. Das Auspumpen wurde ein paarmal wiederholt, indem in der Zwischenzeit schwach erwärmt wurde, so daß der Ammoniakdruck eine Atmosphäre erreichte. Das nunmehr durch schwaches Erwärmen des Entwicklungskolbens langsam entweichende Gas wurde durch zwei mit Natronkalk gefüllte Trockenflaschen geleitet und anschließend durch eine Falle, die auf $-40°$ (mit Kohlensäure abgekühltes Azeton) gehalten wurde und in der eventuell noch vorhandene Feuchtigkeit zurückgehalten wurde. In einer auf $-80°$ gekühlten Falle wurde das NH_3 kondensiert. Die Fraktionierung wurde hier genau wie oben beschrieben durchgeführt.

Von den Tabellen seien hier nur diejenigen wiedergegeben die sich auf die H_α-Linie beziehen, und zwar um die Beurteilung der Übereinstimmung der Meßergebnisse an verschiedenen Gasportionen zu erleichtern.

In den folgenden Tabellen I–IV sind Streifenzahl N, Temperatur t, Druck H (bezogen auf Hg von 0° C und 45° geographische Breite) der einzelnen Messungen angegeben. Die in der vierten Kolonne angegebenen $(n_0 - 1) \cdot 10^6$-Werte sind in derselben Weise berechnet wie in der vorigen Abhandlung. Für den Ausdehnungskoeffizienten α[1]) bei 15° C und Druck H (cm Hg) wurde beispielsweise gesetzt:

$$100\,\alpha_{15,H} = 0{,}366 + 0{,}0182 \cdot \frac{H}{76}$$

und für 20° C:

$$100\,\alpha_{20,H} = 0{,}366 + 0{,}0176 \cdot \frac{H}{76}.$$

Für den Koeffizienten φ, der die Abweichung von dem Boyle-Mariotteschen Gesetz angibt, wurde 0,0152 gesetzt[1]). Da die Daten für schweres Ammoniak nicht bekannt sind, haben wir auch hier die für NH_3 angegebenen benutzt.

Es wurden sieben Portionen NH_3 dargestellt und gemessen, in den Tabellen mit I, II, ... VII bezeichnet. Davon sind die sechs ersten (I ... VI) aus Mg_3N_2 und Wasser, die letzte Portion aus $NH_4Cl + Ca(OH)_2$ dargestellt. I–III wurden ohne Trockenmittel fraktioniert, während IV–VI nach dem Fraktionieren über ein Trockenmittel geleitet wurden. Die Probe VII wurde vor dem Fraktionieren über Natronkalk getrocknet.

Tabelle I.

$HN_3 \cdot \lambda = 6562{,}9$ Å.

N	t	H	$(n_0 - 1) \cdot 10^6$	
99,07	15,44	27,769	373,8	I
98,51	15,87	27,642	373,9	
99,13	15,00	27,760	373,5	
99,80	15,19	27,956	373,7	
102,98	15,38	28,845	373,9	
102,13	15,32	28,613	373,7	II
102,29	15,40	28,642	374,0	
99,74	15,39	27,979	373,4	
99,28	15,59	27,832	373,9	—
100,37	15,75	28,170	373,7	
96,25	17,15	27,185	373,2	
97,69	17,00	27,557	373,4	IV
87,67	15,92	24,652	373,4	
92,79	16,15	26,104	373,4	
92,68	18,15	26,255	373,4	
92,56	18,17	26,227	373,4	VI
91,38	18,18	25,880	373,6	
91,27	18,17	25,847	373,6	
92,70	19,41	26,350	373,8	
92,55	19,45	26,352	373,2	
91,41	19,53	26,032	373,3	VII
91,33	19,58	26,033	373,0	
91,23	19,66	25,973	373,6	
91,09	19,75	25,960	373,3	—
		Mittelwert	373,5 ± 0,1[2])	

1) Vgl. Crit. Tables III, S. 11. Die Grundlage der Berechnung bilden die Werte $100\,\alpha$ (0° C, 76 cm Hg) = 0,386, $100\,\alpha$ (76 cm Hg)-Mittelwert zwischen 0° und 100° C 0,380.

1) Crit. Tables III, S. 3, Landolt-Börnstein, Erg. Bd. I, S. 163.

2) Die Angabe der mittleren Fehler wird in den folgenden Tabellen II–IV fortgelassen, da er überall etwa 0,1 beträgt.

Von ND_3 sind alle vier Portionen aus $Mg_3N_2 + D_2O$ dargestellt. Die Portionen I und II wurden fraktioniert, ohne nachher mit Trockenmitteln in Berührung zu kommen. III und IV wurden nachher über Natronkalk getrocknet.

Tabelle II.
$ND_3 \cdot \lambda = 6562{,}9$ Å.

N	t	H	$(n_0 - 1) \cdot 10^8$	
97,07	16,25	27,608	369,4	
97,40	16,33	27,732	369,1	
97,21	16,35	27,693	368,9	
101,61	16,43	28,901	369,6	
101,47	16,45	28,880	369,3	
99,20	16,47	28,207	369,8	I
99,05	16,47	28,174	369,6	
100,95	16,45	28,723	369,5	
100,87	16,45	28,694	369,5	
98,39	15,89	27,933	369,6	
98,26	15,93	27,911	369,5	
99,99	16,05	28,407	369,5	

Mittelwert 369,4

Darstellung und interferometrische Messung des HCl und DCl.

Diese Gase wurden aus $NaCl$ p. a. und H_2SO_4 p. a. bzw. aus D_2SO_4 von Norsk Hydro-Elektrisk Kvælstofaktieselskab dargestellt. Für letztere wurde eine Säurestärke von 97 Proz. und ein Deuteriumgehalt von 98 Proz. angegeben[1]). Die Apparatur war im wesentlichen dieselbe, die zur Darstellung des Ammoniaks aus Magnesiumnitrid und Wasser diente. Der Hahn F, die Fallen E und G sowie Schliff und Konus, welche diese mit der übrigen Apparatur verbinden, waren in ein Stück zusammengeblasen. Die Apparatur wurde vor jedem Versuch sorgfältig gereinigt und getrocknet. Es wurde ein Überschuß von $NaCl$ verwendet, das bei 150° getrocknet war. Der Reaktionskolben wurde in einigen Fällen über Zimmertemperatur erhitzt, in keinem Falle jedoch höher als auf 105–110°, so daß niemals mehr als die Hälfte der theoretisch möglichen Ausbeute gewonnen wurde. Das Nadelventil, welches bei der NH_3-Darstellung das langsame Hinzufügen des Wassers gestattete, war hier durch einen mit einem besonderen Hahn versehenen Tropftrichter aus Glas ersetzt, der durch einen Schliff mit dem Entwicklungskolben A verbunden war. Nach Einfüllen des $NaCl$ in den Kolben wurde das ganze System auf Hochvakuum ausgepumpt. Nach 24 Stunden wurde der Druck gemessen und, falls dieser mehr als wenige Hundertstel Millimeter betrug, nach neuem Auspumpen wiederum 24 Stunden stehengelassen usw. Nach dem letzten Auspumpen wurde die Säure langsam zugegeben. Die Falle E war durch Azeton und feste Kohlensäure auf $-75°$ bis $-80°$ gekühlt, die Falle G durch flüssige Luft auf $-180°$. Wenn die Gasentwicklung beinahe zu Ende war, wurde der Hahn F geschlossen und das Kältebad von G entfernt. Die in G befindliche weiße Kristallmasse verflüssigte sich sofort und fing zu verdampfen an. Die erste Fraktion wurde besonders aufgefangen, die zweite genau wie im Falle des NH_3 auf drei Behälter verteilt. Die dritte Fraktion wurde nicht aufgefangen. Nach jeder Füllung des Interferometerrohres wurden in Zeitabständen von etwa zehn Minuten drei Ablesungen von Streifenzahl, (End-)Druck und Temperatur ausgeführt.

Die Meßergebnisse sind in Tabellen, von denen hier nur zwei (Tabelle III und IV) wiedergegeben sind, zusammengestellt. Für 100 α wurde aus den in Critical Tables[1]) gegebenen Daten der Ausdruck erhalten:

$$100\,\alpha_{t,76} = 0{,}3769 - 0{,}000072\,t\,.$$

Den für einen unterhalb 76 cm liegenden Druck geltenden Wert berechneten wir hieraus durch Interpolation, indem für $p = 0$ der Wert 0,3660 angenommen wurde. Als q-Wert benutzten wir 0,00748[2]), und zwar wie die angenommenen α-Werte sowohl für HCl wie für DCl. Wie oben erwähnt, geschah die Gasentwicklung in einigen Fällen bei Zimmertemperatur, während in anderen Fällen der Reaktionskolben auf 105–110° erhitzt wurde. Gasportionen der ersten Art sind in den Tabellen III und IV mit I, die der zweiten mit II bezeichnet. Klammern fassen diejenigen Messungen zusammen, die sich auf dieselbe Füllung des Interferometerrohres beziehen.

Tabelle III.
$HCl \cdot \lambda = 6562{,}9$ Å.

N	t	H	$(n_0 - 1) \cdot 10^8$	
91,40	17,70	21,812	443,7	
91,30	17,74	21,797	443,6	
91,25	17,75	21,781	443,7	I
89,17	16,75	21,239	443,1	
89,05	16,78	21,224	442,9	
88,97	16,85	21,213	442,8	
96,77	17,35	23,073	443,5	
96,68	17,37	23,050	443,6	
96,61	17,39	23,046	443,4	II
95,83	17,46	22,860	443,5	
95,71	17,50	22,847	443,3	
95,68	17,52	22,836	443,4	

Mittelwert 443,4

1) Um die Wirkung einer eventuellen kleinen Verunreinigung der „schweren" Schwefelsäure zu prüfen, wurde HCl auch aus roher Schwefelsäure 1,825 dargestellt. Die Messung gab jedoch innerhalb der Versuchsfehler den gleichen Wert wie für aus H_2SO_4 p. a. dargestellte HCl.

1) Crit. Tables III, S. 16.
2) Landolt-Börnstein, Erg. Bd. I, S. 163.

Tabelle IV.

1. DCl · $\lambda = 6562{,}9$ Å.

N	t	H	$(n_0 - 1) \cdot 10^6$	
90,19	16,72	21,519	442,3	I
90,12	16,75	21,504	442,3	
90,00	16,80	21,478	442,4	
88,62	17,03	21,175	442,2	
88,51	17,03	21,155	442,0	
88,42	17,08	21,145	441,9	
87,29	16,00	20,772	442,4	II
87,19	16,05	20,761	442,2	
87,09	16,06	20,741	442,2	
91,26	16,22	21,737	442,3	
91,16	16,25	21,711	442,4	
91,10	16,28	21,698	442,4	

Mittelwert 442,3

Tabelle V.

Gas	λ Å	n_0	R	$R_{NH_3} - R_{ND_3}$
NH_3	6562,9	1,0003735	5,581	0,061
ND_3	6562,9	1,0003694	5,520	
NH_3	5893	1,0003758	5,615	0,047
ND_3	5893	1,0003726	5,568	
NH_3	5460,8	1,0003776	5,642	0,052
ND_3	5460,8	1,0003741	5,590	
NH_3	4916,0	1,0003813	5,698	0,047
ND_3	4916,0	1,0003782	5,651	
NH_3	4358,3	1,0003864	5,774	0,047
ND_3	4358,3	1,0003833	5,727	

Tabelle VI.

λ Å	Gas	n_0	R	$R_{HCl} - R_{DCl}$
6562,9	HCl	1,0004434	6,625	0,016
	DCl	1,0004423	6,609	
5893,0	HCl	1,0004456	6,658	0,016
	DCl	1,0004445	6,642	
5460,8	HCl	1,0004474	6,685	0,015
	DCl	1,0004464	6,670	
4916,0	HCl	1,0004502	6,727	0,012
	DCl	1,0004494	6,715	
4358,3	HCl	1,0004547	6,794	0,015
	DCl	1,0004537	6,779	

Diskussion der Meßergebnisse.

Die n_0-Werte des NH_3 und des ND_3 sowie die daraus berechneten Molrefraktionen R sind in der Tabelle V zu finden, während in der Tabelle VI die entsprechenden Zahlen für HCl und DCl zusammengestellt sind. Die Dispersionskurven sind in Fig. 2 und 3 wiedergegeben. Die gestrichelten Kurven der Fig. 2 und 3 beziehen sich auf Messungen von C. Cuthbertson und M. Cuthbertson[1]) an den „leichten" Verbindungen NH_3 und HCl. Die Abweichungen zwischen den Messungen von Cuthbertson und den unsrigen sind nicht groß und gehen immer in dieselbe Richtung. Eine Abweichung desselben Vorzeichens und derselben prozentualen Größenordnung besteht auch zwischen unseren und den Cuthbertsonschen Messungen an trockener Luft[2]).

Die Messungen lassen erkennen, daß auch in NH_3 und HCl der Ersatz von Wasserstoff durch Deuterium eine Verminderung des Brechungsexponenten und damit der Molrefraktion bewirkt. Die Tabelle VII enthält die bisher bekannten Differenzen der $10^6 \cdot (n_0 - 1)$-Werte von Wasserstoff- und Deuteriumverbindungen, und zwar

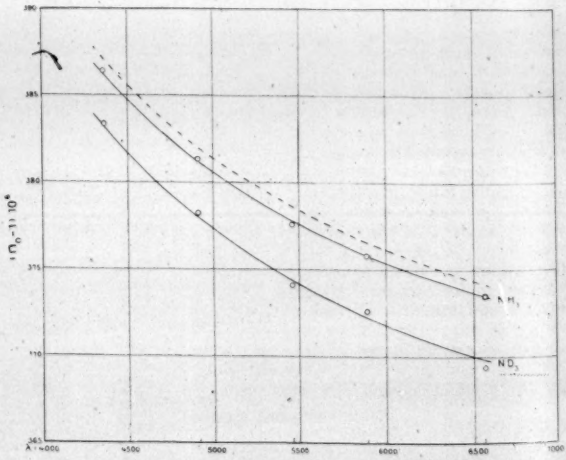


Fig. 2. $(n_0 - 1) \cdot 10^6$ in Abhängigkeit von der Wellenlänge für NH_3 und ND_3. Die gestrichelte Kurve gibt Messungen von Cuthbertson wieder.

1) C. Cuthbertson und M. Cuthbertson, Phil. Mag. **25**, 592, 1913.

2) C. Cuthbertson und M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 151, 1910. Unsere Messungen an Luft stimmen andererseits sehr gut mit denen von J. Wüst und H. Reindel überein: Zeitschr. f. physik. Chem. (B) **24**, 155, 1934.

für die Wellenlänge 5461 Å. Die Größe Δ der letzten Kolonne ist die erwähnte Differenz, geteilt durch die Anzahl der Wasserstoffatome des betreffenden Moleküls. Diese Größe kann innerhalb der Fehlergrenzen als konstant betrachtet werden, eine Tatsache, die auch so ausgedrückt werden kann, daß in den betrachteten Verbindungen die Differenz des Beitrages eines Wasserstoffatoms und eines Deuteriumatoms zur Molrefraktion konstant ist.

Es sei hinzugefügt, daß die Fig. 2 und 3 ebenso wie die in der vorigen Arbeit gegebene Figur für H_2Se und D_2Se eine Abnahme der Differenz der Brechungsexponenten der Wasserstoff- und Deuteriumverbindungen mit sinkender Wellenlänge andeuten. Da die Messungen sich vorläufig jedoch nur bis $\lambda = 4358$ Å erstrecken, möchten wir eine Diskussion dieses Punktes auf eine spätere Publikation verschieben.

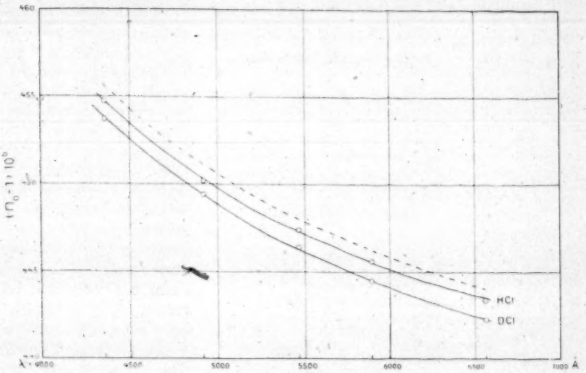


Fig. 3. $(n_0 - 1) \cdot 10^6$ in Abhängigkeit von der Wellenlänge für *HCl* und *DCl*. Die gestrichelte Kurve gibt Messungen von Cuthbertson wieder.

Tabelle VII. $\lambda = 5461$ Å.

Unterschied der $(n_0 - 1)\,10^6$-Werte		Δ
$H_2Se - D_2Se$ [1]	2,2	1,1
$NH_3 - ND_3$	3,4 [2]	1,1
$HCl - DCl$	1,0 [2]	1,0
$H_2 - D_2$ [3]	2,0 [3]	1,0
$H_2O - D_2O$ [4]	2,6	1,3

1) Loc. cit. — 2) Nach den ausgeglichenen Kurven, siehe Fig. 2 und 3. — 3) T. Larsén, Zeitschr. f. Phys. **100**, 543, 1936. — 4) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. **155**, 213, 1936. — 5) Nach Orr, Nature **135**, 793, 1935, 1,23.

Oslo, Physikalisches und Physikalisch-Chemisches Institut der Universität, Dezember 1936.

(Eingegangen 4. Januar 1937.)

Die Temperaturabhängigkeit der Dipolleitfähigkeit von Alkoholen.

Von Walter Hackel.

Die für den Verlauf der Dipolleitfähigkeit in Abhängigkeit von der Wellenlänge charakteristische Konstante ist die Sprungwellenlänge λ_s [1]. Aus der Debyeschen Dipoltheorie [2]) folgt für die Dipolleitfähigkeit

$$\Delta x = \frac{(\varepsilon_0 - n_0^2) \cdot \lambda_s}{60\,(\lambda^2 + \lambda_s^2)} \qquad (1)$$

(ε_0 = statische DK, n_0 = optischer Brechungsindex), und die Relaxationszeit.

$$\tau' = \frac{\lambda_s}{2\pi \cdot c} \cdot \frac{(n_0^2 + 2)}{(\varepsilon_0 + 2)} \qquad (2)$$

(c = Lichtgeschwindigkeit). Wir wollen diese „gemessene Relaxationszeit" mit τ' bezeichnen, im Gegensatz zu der aus dem Molekülvolumen v und der Zähigkeit η „berechneten Relaxationszeit"

$$\tau = \frac{3v \cdot \eta}{k \cdot T} \qquad (3)$$

(k = Boltzmannsche Konstante, T = absolute Temperatur). In der Regel ist nun τ' wesentlich kleiner als τ.

Die Abweichungen können auf zwei verschiedene Ursachen zurückgeführt werden:

1) M. Wien, Physik. Zeitschr. **37**, 155, 1936.
2) P. Debye, Polare Molekeln, S. 108. Leipzig 1929.

1. Die der Theorie zugrunde liegende Annahme des Stokesschen Reibungsgesetzes

$$\xi = 6\,\eta v, \qquad (4)$$

wobei das Molekül als Kugel im Medium rotiert, ist nicht übertragbar auf Flüssigkeiten.

2. Durch die innere Bindungsenergie E, die von P. Debye[1]) auf Grund der quasikristallinen Struktur der Flüssigkeiten eingeführt worden ist, wird die Relaxationszeit der Moleküle reduziert, so daß die gemessene Relaxationszeit τ' stets kleiner ausfällt als die aus der Theorie zu erwartende Relaxationszeit τ [siehe Gleichung (3)].

Durch Messung der Dipolleitfähigkeit Δx bei verschiedenen Temperaturen steht uns ein Mittel zur Verfügung, diese noch offenstehenden Fragen zu untersuchen.

Experimentelles.

Als Meßverfahren wurde hier die Barrettermethode von M. Wien[2]) angewandt, die zur Messung geringer Leitfähigkeitsänderungen sehr geeignet ist. Über Einzelheiten der Methode ist bereits des öfteren berichtet worden.

Die bei Hochfrequenz gemessene Leitfähigkeit x_ω setzt sich additiv zusammen aus der Eigenleitfähigkeit x_0 und der Dipolleitfähigkeit Δx, so daß man neben der Temperaturabhängigkeit der Hochfrequenzleitfähigkeit x_ω noch die Temperaturabhängigkeit der Eigenleitfähigkeit messen muß, um die der Dipolleitfähigkeit berechnen zu können. Da die Temperaturkoeffizienten der beiden Leitfähigkeiten x_0 und Δx gerade entgegengesetzt sind, und zwar der der Dipolleitfähigkeit negativ, der der Eigenleitfähigkeit positiv mit wachsender Temperatur, ist es durch passende Wahl der Wellenlänge möglich, daß die Änderung der Hochfrequenzleitfähigkeit für einen kleinen Temperaturbereich Null oder wenigstens sehr klein ist. Die Änderung der Dipolleitfähigkeit mit der Temperatur berechnet sich dann zu

$$\beta = \alpha - \gamma \qquad (5)$$

β = Änderung der Dipolleitfähigkeit, α = Änderung der Hochfrequenzleitfähigkeit, γ = Änderung der Eigenleitfähigkeit.

Durch dieses Verfahren werden die Fehler bei der Bestimmung der Hochfrequenzleitfähigkeit herabgesetzt, da die Änderung der Dipolleitfähigkeit β durch die viel genauer bestimmbare Änderung γ der Eigenleitfähigkeit kompensiert und gemessen wird und damit die Änderung der Hochfrequenzleitfähigkeit α nur als Korrektion hinzukommt.

Um aus der Dipolleitfähigkeit bei verschiedenen Temperaturen die Sprungwellenlänge berechnen zu können, muß außerdem die Temperaturabhängigkeit der DK gemessen werden.

Die Temperaturmessung erfolgt durch Einführen eines Thermometers in den inneren Zylinder eines Zylinderkondensators. Die Flüssigkeitszelle wird vor der Messung in einem Temperaturbad erwärmt und dann in die Meßanordnung eingeschaltet. Beim Abkühlen der Flüssigkeit werden für mehrere Temperaturen die zu bestimmenden Größen ermittelt. Voraussetzung für diese Art der Temperaturmessung ist, daß der Raum im inneren Zylinder der Zelle feldfrei ist, damit die Potentialverteilung durch das Thermometer nicht geändert wird. Andererseits darf kein Temperaturunterschied sein zwischen der Stelle, an der sich das Thermometer befindet und dem Volumen zwischen den Elektroden, dessen Temperatur ermittelt werden soll. Einige Vorversuche zeigten, daß durch das Thermometer weder die Kapazität noch der Hochfrequenzstrom verändert wird. Ebenfalls ist kein merklicher Temperaturunterschied vorhanden, wie aus einer Messung mit und ohne Temperaturbad hervorging.

Bei der Messung mit Temperaturbad wird die Temperatur in der Flüssigkeitszelle und im Temperaturbad bestimmt, wobei mit der Messung so lange gewartet wird, bis sich die Temperatur innen und außen ausgeglichen hat. Die Messung ohne Temperaturbad geschieht auf die schon beschriebene Art durch langsames Abkühlen der Flüssigkeit. Die Abweichungen beider Messungen sind geringer als 1 Proz., so daß die einfache Temperaturmessung ohne Temperaturbad in einem Bereich von 20–40° C ausgeführt werden kann.

Ergebnisse.

Es sind 3 Alkohole bei Temperaturen von 20–40° C untersucht worden:

Äthylalkohol $CH_3\,CH_2\,(OH)$,
n-Propylalkohol primär $CH_3\,CH_2\,CH_2\,(OH)$,
n-Butylalkohol primär $CH_3CH_2CH_2CH_2(OH)$.

1. Eigenleitfähigkeit.

Die Eigenleitfähigkeit wurde bei den untersuchten 3 Alkoholen als lineare Funktion der Temperatur gefunden und nimmt mit steigender Temperatur zu. In der Tabelle I sind die Werte für die Eigenleitfähigkeit x_0 und die Änderung der Eigenleitfähigkeit γ zusammengestellt.

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **28**, 28, 1937.
2) M. Wien, Ann. d. Phys. **8**, 929, 1931.

Tabelle I.
Eigenleitfähigkeit.

Substanz	$\varkappa_0$ (20° C) $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$	γ/Grad $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$
Äthylalkohol....	$5{,}964 \cdot 10^{-7}$	$+ 10{,}56 \cdot 10^{-9}$
Propylalkohol...	$2{,}116 \cdot 10^{-7}$	$+ 5{,}10 \cdot 10^{-9}$
Butylalkohol....	$1{,}480 \cdot 10^{-7}$	$+ 3{,}48 \cdot 10^{-9}$

2. Dielektrizitätskonstante und Brechungsindex.

Die DK nimmt mit steigender Temperatur ab und ist ebenfalls eine lineare Funktion der Temperatur. Die Tabelle enthält die DK, die Änderung der DK $\Delta\varepsilon_0$ und den Brechungsindex n_0 nach Messungen im Pulfrich-Refraktometer von Zeiß. Die DK ist hier bei Wellenlängen von 25—100 m noch unabhängig von der Wellenlänge.

Tabelle II.
Dielektrizitätskonstante ε_0 und Brechungsindex n_0.

Substanz	ε_0 (20° C)	$\Delta\varepsilon_0$/Grad	n_0	n_0^2
Äthylalkohol	25,16	— 0,1629	1,3616	1,854
Propylalkohol	20,50	— 0,1420	1,3847	1,917
Butylalkohol	17,89	— 0,1277	1,3994	1,958

3. Hochfrequenzleitfähigkeit.

Beispiel einer Messung: In der Fig. 1 ist die Änderung der Hochfrequenzleitfähigkeit α von Äthylalkohol gemessen bei einer Wellenlänge von $\lambda = 50$ m als Funktion der Temperatur aufgetragen.

Die Hochfrequenzleitfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur ab, hat bei 31° C ein Minimum und nimmt dann bis 40° C zu. Bei 31° C ist gerade die Änderung der Dipolleitfähigkeit gleich der Änderung der Eigenleitfähigkeit. Die Änderung der Dipolleitfähigkeit β findet man durch Addition von γ und α, wie bereits oben gesagt wurde. Die Korrektion durch α ist im Minimum gleich Null und beträgt maximal nur 10 Proz., so daß also die Änderung der Dipolleitfähigkeit annähernd durch die Änderung der Eigenleitfähigkeit gemessen ist. Addiert man die Änderung β zur Dipolleitfähigkeit bei 20° C, so erhält man die Dipolleitfähigkeit bei verschiedenen Temperaturen und hieraus nach Gleichung (1) die Sprungwellenlänge.

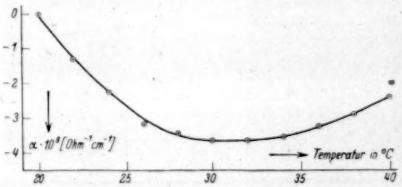


Fig. 1. Änderung der Hochfrequenzleitfähigkeit α Äthylalkohol $\lambda = 50$ m.

Als Absolutwerte für die Sprungwellenlänge der 3 untersuchten Alkohole wurden folgende Werte nach Messungen in der Barretteranordnung zugrunde gelegt.

Tabelle III.

	λ_s (20° C)
Äthylalkohol	27,9 cm
n-Propylalkohol primär	70,0 cm
n-Butylalkohol primär	100,0 cm

Tabelle IV.
Dipolleitfähigkeit Δx und Sprungwellenlänge λ_s[1]).

Wellenlänge	Äthylalkohol 50,0 m		Propylalkohol 50,0 m		Butylalkohol 100,0 m	
t° C	$\Delta x \cdot 10^7$ $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$	λ_s cm	$\Delta x \cdot 10^7$ $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$	λ_s cm	$\Delta x \cdot 10^7$ $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$	λ_s cm
20	4,33	27,9	8,70	70,0	2,647	100,0
22	3,99	26,1	7,51	61,5	2,315	90,3
24	3,69	24,4	6,62	55,0	2,062	81,7
26	3,37	22,6	5,83	49,3	1,845	74,4
28	3,14	21,4	5,15	44,3	1,655	67,9
30	2,91	20,1	4,51	39,5	1,483	61,8
32	2,70	19,0	3,96	35,2	1,323	56,2
34	2,50	17,8	3,46	31,3	1,184	51,3
36	2,32	16,8	3,01	27,7	1,058	46,7
38	2,14	15,8	2,61	24,4	0,939	42,2
40	1,98	14,8	2,24	21,3	0,827	37,9

1) Die hier gefundene Temperaturabhängigkeit der Sprungwellenlänge stimmt sehr gut überein mit den von E. Keutner (Ann. d. Phys. **27**, 29, 1936) gemessenen Werten. Nur die Absolutwerte der Sprungwellenlänge sind bei E. Keutner um 30 Proz. größer.

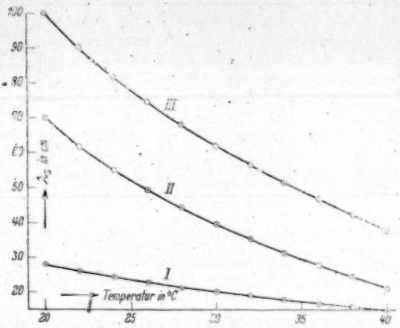


Fig. 2. Sprungwellenlänge λ_s. I. Äthylalkohol, II. *n*-Propylalkohol, III. *n*-Butylalkohol.

Die Werte für die Sprungwellenlänge sind unabhängig von der Wellenlänge, bei der die Alkohole untersucht worden sind. Es sind Mittelwerte aus Messungen bei 25, 50 und 100 m.
In Fig. 2 ist die Sprungwellenlänge der 3 Alkohole als Funktion der Temperatur aufgetragen.

Die folgende Tabelle V enthält die sich aus der Sprungwellenlänge ergebende „gemessene Relaxationszeit" τ' und die aus dem Molekülvolumen v und der Zähigkeit η[1]) „berechnete Relaxationszeit" τ [Gleichung (3)]. Das Molekülvolumen wird aus der van der Waalsschen Konstante b berechnet[2]).

In den Fig. 3 bis 5 ist die „gemessene Relaxationszeit" τ' als Funktion der „berechneten Relaxationszeit" τ aufgetragen.

Wie aus den Figuren ersichtlich, ist der Verlauf für die 3 Alkohole sehr genau linear. Die

Tabelle V.

Relaxationszeit τ' und τ.

t° C	Äthylalkohol		Propylalkohol		Butylalkohol	
	$\tau' \cdot 10^{11}$ sec	$\tau \cdot 10^{11}$ sec	$\tau' \cdot 10^{11}$ sec	$\tau \cdot 10^{11}$ sec	$\tau' \cdot 10^{11}$ sec	$\tau \cdot 10^{11}$ sec
20	2,11	3,09	6,47	7,17	10,60	10,40
22	1,99	2,95	5,76	6,78	9,67	9,73
24	1,88	2,82	5,20	6,42	8,88	9,18
26	1,76	2,70	4,73	6,09	8,18	8,63
28	1,69	2,59	4,32	5,77	7,57	8,17
30	1,61	2,48	3,89	5,37	7,01	7,74
32	1,54	2,38	3,56	5,21	6,46	7,31
34	1,46	2,28	3,17	4,93	5,98	6,93
36	1,39	2,19	2,84	4,68	5,52	6,58
38	1,32	2,10	2,55	4,45	5,06	6,21
40	1,26	2,01	2,25	4,21	4,61	5,87

Kurven lassen sich durch folgende Gleichungen darstellen:

Äthylalkohol $\tau' = 0{,}78 \cdot \tau - 0{,}32 \cdot 10^{-11}$,
n-Propylalkohol $\tau' = 1{,}55 \cdot \tau - 3{,}76 \cdot 10^{-11}$,
n-Butylalkohol $\tau' = 1{,}32 \cdot \tau - 3{,}16 \cdot 10^{-11}$.

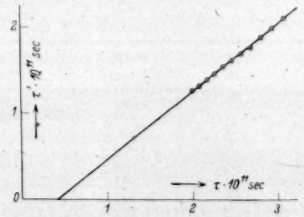


Fig. 3. $\tau' = f(\tau)$ Äthylalkohol.

Diese Gleichungen gelten nur für den untersuchten Temperaturbereich von 20° bis 40° C. Die lineare Extrapolation auf höhere Temperaturen erscheint, solange da keine genauen Messungen vorliegen, vorläufig nicht berechtigt.

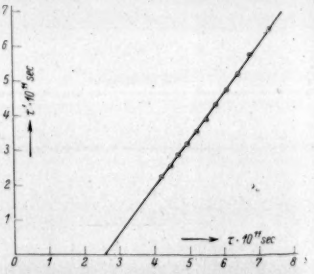


Fig. 4. $\tau' = f(\tau)$ *n*-Propylalkohol primär.

1) Zähigkeitswerte, Landolt Börnstein I, S. 151.

2) Van der Waalssche Konstante b, Landolt Börnstein I, S. 253.

Allgemein findet man für Temperaturen von 20° bis 40° C:

$$\tau' = a\tau - b.$$

τ' setzt sich demnach zusammen aus einem τ-proportionalen und damit temperaturabhängigen Teil und einem konstanten Glied $-b$.

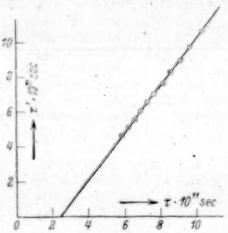


Fig. 5. $\tau' = f(\tau)$ n Butylalkohol primär.

Nach der neuesten Arbeit von Debye[1]) wird die Relaxationszeit τ reduziert durch den Einfluß der inneren Bindung, wobei der Reduktionsfaktor

$$R'(\nu) = \frac{\tau'}{\tau} \qquad (6)$$

stets kleiner als 1 sein muß. Unsere Ergebnisse weichen insofern ab, als eben noch eine Konstante $-b$ hinzukommt. Der Faktor a wäre gleich $R'(\nu)$ zu setzen, wenn b gleich Null wäre. Für Propylalkohol und Butylalkohol ergäbe sich jedoch dann a bzw. $R'(\nu)$ größer als 1. Der einfache Ausdruck für die Reduktion der Relaxationszeit τ' [Gleichung (6)] scheint daher noch nicht zur Darstellung dieser Erscheinung zu genügen.

Herrn Geheimrat Prof. M. Wien sage ich hiermit für sein stetes Interesse und für wertvolle Ratschläge meinen herzlichsten Dank. Ebenfalls danke ich Herrn Prof. W. Wessel für die anregenden Diskussionen.

Jena, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 4. Februar 1937.)

1) P. Debye, a. a. O.

BESPRECHUNGEN.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

P. M. S. Blackett, Cosmic Rays. Oxford 1936. Clarendon Press. 25.—s.

Dieser Vortrag stellt unser heutiges Wissen über die Höhenstrahlung in sehr ansprechender Form dar. Er gliedert den Stoff nach dem geophysikalischen, astronomischen und physikalischen Aspekt. In dieser Einteilung sind alle wichtigen Tatsachen übersichtlich untergebracht; man spürt, daß man von einem führenden Forscher durch das Gebiet geleitet wird, der das Gewicht der einzelnen Ergebnisse und Vermutungen richtig zu verteilen weiß. So wirkt das Ergebnis, daß uns die Höhenstrahlung im Grunde noch immer ein Rätsel ist, nicht als Resignation, sondern nur als Ermutigung zu neuen Untersuchungen. C. F. v. Weizsäcker.

Gmelins Handbuch der Anorganischen Chemie. Begonnen von R. J. Meyer. Fortgeführt von E. Pietsch. Gr.-8°. 8. Aufl. Berlin 1936. Verlag Chemie G. m. b. H.

Systemnummer 23: Ammonium, Lieferung 2: Verbindungen bis Ammonium-Kalium, Hydrazonium, Hydroxylammonium. XXXIII u. 359 S. Mit 21 Fig. RM 59.—.

Diese Lieferung beendet den kürzlich (Physik. Zeitschr. **38**, 69, 1937) angezeigten Band über das Pseudoelement Ammonium. Alle Verbindungen mit Nichtmetallen, soweit sie nicht als Halogene bereits abgehandelt sind, liegen hier vor. Das bedeutet systemmäßig die meisten Ammonsalze in ihren physikalischen und chemischen Eigenschaften. Erwähnt sei daraus z. B. die ausführliche Behandlung der Explosivität des Ammonsalpeters, die zu der Oppauer Explosionskatastrophe 1921 führte. Hierher gehört weiter das verwickelte, aber aufgeklärte System der Karbonate und Karbamate, sowie zahlreiche organische Ammoniumsalze. Es folgen die Doppelsalze mit Alkalien.

Ein kleiner Sonderabschnitt behandelt die technische Darstellung von Ammoniumverbindungen, Ammoniak und Derivaten mit Ausschluß der Hochdrucksynthese, die bei Ammoniak behandelt ist. Hier wurde nicht Vollständigkeit der teilweise überholten technischen Verfahren angestrebt, sondern mit Recht lediglich Vollständigkeit der Literaturorientierung.

Das System bringt es mit sich, daß auch Hydrazin und Hydroxylamin in diesem Band mit ihren Verbindungen auftreten, da in diesen substituierte Ammoniumionen vorliegen.

Systemnummer 59: Eisen, Teil D. Magnetische und elektrische Eigenschaften der legierten Werkstoffe. Verfasser: O. v. Auwers. XLVIII u. 466 S. Mit 342 Fig. RM. 77.—.

Mit diesem neuen Band des Eisens hat der Gmelin wieder ein mächtiges literarisches Werkzeug für die eisenverarbeitende Industrie geschaffen, ganz abgesehen von seiner Bedeutung

für den praktischen Physiker. Es werden in übersichtlicher Anordnung die magnetischen und elektrischen Eigenschaften zwei- bis siebenkomponentiger Eisenlegierungen textlich besprochen. Ein Anhang ermöglicht ein Zurechtfinden auch nach Gesichtspunkten statt nach Stoffen, indem technische und Forschungs-Gesichtspunkte in sachlich souveräner Weise zusammengestellt und mit Zitaten aus dem Text und der im gleichen Verlag erschienenen Grützner'schen Patentsammlung versehen wurden. Es dürfte sich hier um ein in Organisation und Inhalt einzigartiges Werk handeln, das der Zukunft unser gegenwärtiges extensives Wissen auf diesem Gebiet als feste Basis unterlegt.

Systemnummer 36: Gallium. XXII u. 100 S. Mit 8 Fig. RM 18.50.

Systemnummer 37: Indium. XXII u. 116 S. Mit 8 Fig. RM 21.—.

Die periodische Entsprechung beider Elemente kommt in komischer Weise in der Ähnlichkeit beider Bände zum Ausdruck. Ein Beweis, wie vollständig unser Wissen in diesem Handbuch erfaßt ist. Beide Elemente zeichnen sich durch ihre geochemische Dissipation, ihren hohen Preis (*Ga*: 12 RM/g, *In*: 6–22 $/g) und — trotz der beim Gallium gemachten Anstrengungen — durch technische Unverwendbarkeit aus. Das bewirkt, daß sich das Interesse hauptsächlich auf die rein chemischen sowie beim Physiker die theoretisch wichtigen Eigenschaften richtet, wie Spektrum und Supraleitfähigkeit, die gut untersucht sind.

G.-M. Schwab.

Georges de Bothezat, Back to Newton. 8°. VII u. 152 S. New York 1936. G. E. Stechert. $ 2.50.

Dieses Buch ist nicht so ausschließlich dem Kampf gegen die moderne theoretische Physik (in der Hauptsache gegen die Relativitätstheorie) gewidmet, wie der Titel glauben machen könnte. Es beginnt mit erkenntnistheoretischen Betrachtungen und führt dann über eine Theorie der Zahl, des Unendlichen, von Raum, Zeit und Bewegung zur Diskussion der Relativitätstheorie. Leider nimmt der Verfasser seinen Gedanken selbst die Möglichkeit der rechten Wirkung, indem er vieles, was in einer Grundlagenanalyse der Wissenschaft als Denkmöglichkeit sehr lehrreich wäre, als Denknotwendigkeit hinstellt. So beginnt er mit einer Definition des Unendlichen, die derjenigen der Mengenlehre widerspricht, und erklärt damit kurzerhand die Mengenlehre als überflüssig. In der Erörterung der Relativitätstheorie geht er von der Behauptung aus, die Gültigkeit der euklidischen Geometrie sei empirisch überhaupt nicht prüfbar, und bahnt sich damit den Weg zu Definitionen, die der Physiker nur als willkürlich ansehen kann. Dabei hätte der Grundgedanke, der am klarsten wohl von Dingler formuliert worden ist, eine nicht in dogmatischen Behauptungen untergehende Diskussion wohl verdient. Man möchte wünschen, daß sie von physikalischer Seite her einmal klar durchgeführt würde und beitrüge zur Korrektur der saloppen philosophischen Ausdrucksweise der Physiker, die einen nicht geringen Teil der Schuld an Mißverständnissen wie dem dieses Buches trägt.

C. F. v. Weizsäcker.

NACHRICHTEN.

Ernannt: Der ord. Professor für Wehrchemie an der Technischen Hochschule Berlin Ministerialrat Dr. Rudolf Mentzel zum Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft (für den zurückgetretenen Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Professor Dr. Johannes Stark), der Dozent für Chemische Technologie von der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Karl Andreß zum a. o. Professor daselbst, der Dozent für Chemie an der Universität Marburg Dr. Rudolf Criegee zum a. o. Professor ebenda, der Dozent für Chemie an der Universität Halle Dr. Fritz Scheffer zum ord. Professor für Landwirtschaftliche Chemie an der Universität Jena, die Dozenten an der Universität Wien Dr. Leopold Schmid (Experimentalchemie) und Dr. Friedrich Wessely (Organische Chemie) zu a. o. Professoren daselbst, Dr.-Ing. A. Leonhard in Berlin zum ord. Professor für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Stuttgart, der frühere a. o. Professor an der Universität Würzburg Dr. Klaus Clusius zum ord. Professor der Physikalischen Chemie an der Universität München, Dr. Ing. Georg Jayme zum ord. Professor für Zellulosechemie an der Technischen Hochschule Darmstadt, der a. o. Professor für Geodäsie an der Universität Breslau Dr. Edwin Feyer zum ord. Professor für angewandte Mathematik ebenda, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Nikolaus Scheubel zum ord. Professor für Luftfahrt ebenda, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Kurt Möller zum ord. Professor der Fernmeldetechnik daselbst, der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Halle Dr. Gerhard Hoffmann in gleicher Eigenschaft an der Universität Leipzig.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Kiel Dr. Heinrich Freiherr Rausch v. Traubenberg, der ord. Professor für physikalische Metallkunde an der Bergakademie Freiburg i. Br. Dr. Willi Heike.

Gestorben: Der frühere a. o. Professor an der Universität Frankfurt a. M., Direktor des Instituts für Kolloidforschung daselbst und Herausgeber der „Umschau", Dr. Heinrich Bechhold.

Gesuche.

Handbuch Experim. Physik
(Wien-Harms)
soweit erschienen, ungebunden unter Subskriptionspreis. Angebote (Nichthändl.) unter **64** an die Physikalische Zeitschrift, Leipzig C 1

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — DA. IV. Vj. 1936: 1400. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany.